Lógica e Ilhas

Ilha de Maré

Convenção das Nações Unidas sobre o Direito do Mar (CNUDM), Artigo 121:

1. An island is a naturally formed area of land, surrounded by water, which is above water at high tide.

2. Except as provided for in paragraph 3, the territorial sea, the contiguous zone, the exclusive economic zone and the continental shelf of an island are determined in accordance with the provisions of this Convention applicable to other land territory.

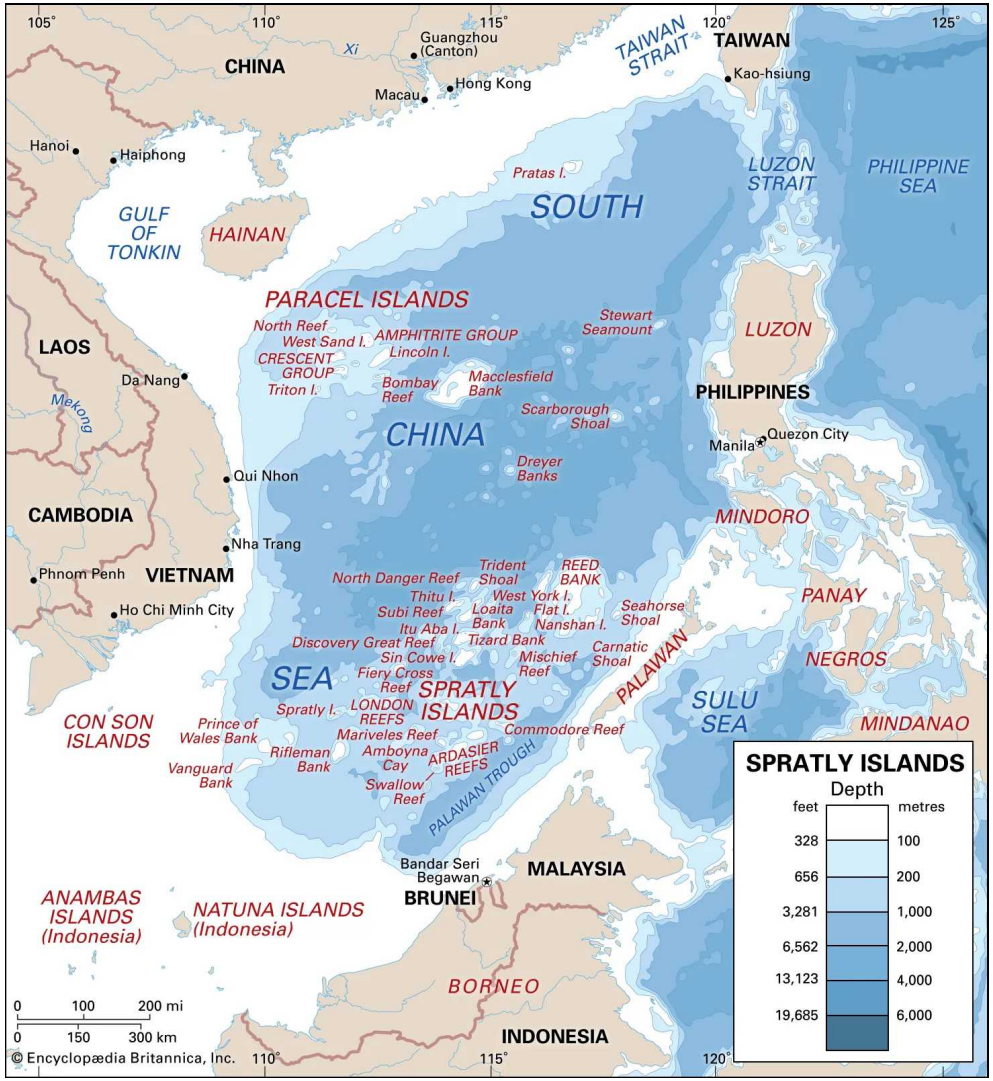
3. Rocks which cannot sustain human habitation or economic life of their own shall have no exclusive economic zone or continental shelf.

1. Una isla es una extensión natural de tierra, rodeada de agua, que se encuentra sobre el nivel de ésta en pleamar.
2. Salvo lo dispuesto en el párrafo 3, el mar territorial, la zona contigua, la zona económica exclusiva y la plataforma continental de una isla serán determinados de conformidad con las disposiciones de esta Convención aplicables a otras extensiones terrestres.
3. Las rocas no aptas para mantener habitación humana o vida económica propia no tendrán zona económica exclusiva ni plataforma continental.

Salinas das Margarida … não é ilha!!!

Itu Aba é ilha … mas tem direito a uma ZEE e uma plataforma continental???

(A Arbitragem do Mar da China Meridional, 2016)


105°
110°
115°
120°
125°
CHINA
Xi
Guangzhou (Canton)
Macau
Hong Kong
TAIWAN STRAIT
TAIWAN
Kao-hsiung
Hanoi
Haiphong
GULF OF TONKIN
HAINAN
Pratas I.
SOUTH
LUZON STRAIT
PHILIPPINE SEA
PARACEL ISLANDS
North Reef
West Sand I.
CRESCENT GROUP
Triton I.
AMPHITRITE GROUP
Lincoln I.
Bombay Reef
Macclesfield Bank
Stewart Seamount
Scarborough Shoal
Dreyer Banks
LUZON
LAOS
Da Nang
Mekong
CHINA
PHILIPPINES
Manila
Quezon City
Qui Nhon
CAMBODIA
Nha Trang
MINDORO
Phnom Penh
VIETNAM
Ho Chi Minh City
North Danger Reef
Trident Shoal
REED BANK
Thitu I.
West York I.
Subi Reef
Loaita Bank
Flat I.
Nanshan I.
Seahorse Shoal
Itu Aba I.
Tizard Bank
Discovery Great Reef
Sin Cowe I.
Carnatic Shoal
Mischief Reef
PALAWAN
PANAY
NEGROS
SEA
Fiery Cross Reef
SPRATLY ISLANDS
Spratly I.
LONDON REEFS
SULU SEA
MINDANAO
CON SON ISLANDS
Prince of Wales Bank
Mariveles Reef
Commodore Reef
Rifleman Bank
Amboyna Cay
ARDASIER REEFS
Vanguard Bank
Swallow Reef
PALAWAN TROUGH
SPRATLY ISLANDS
Depth
feet
metres
328
100
656
200
3,281
1,000
6,562
2,000
13,123
4,000
19,685
6,000
Bandar Seri Begawan
MALAYSIA
BRUNEI
ANAMBAS ISLANDS (Indonesia)
NATUNA ISLANDS (Indonesia)
BORNEO
INDONESIA
0
100
200 mi
0
150
300 km
© Encyclopædia Britannica, Inc.

Matemática no Direito do Mar

Determinação de fronteiras marítimas

Determinação de cotas de pesca (teoricamente)*

Muitos usos de estatistica**

Interpretando o tratado pelo uso de lógica (!)

* *cf.* S. Garcia, J. A. Gulland e E. Miles, The new law of the sea, and the access to surplus fish resources, Marine Policy 10 (1986)

** *eg.* Bárbara Horta e Costa et al, A regulation-based classification system for Marine Protected Areas (MPAs), Marine Policy, 72 (2016)

Qualquer “sistema formal” pode ser considerado um *lógica* se tiver bem definidas

- *sintaxe*

  que define o objetos sintaticamente aceitáveis do linguagem, que são apropriadamente chamadas *fórmulas* bem formadas.

- *semântica*

  que associa cada fórmula com um significado

- *teoria da demostrações*

  que foca na manipulação de fórmulas de acordo com certas regras.

Lógica proposicional

vou falar sobre isso agora

Lógica de predicados

o que leva, entre outras coisas, a teoria de modelos e a teoria de conjuntos, ambos com profundo significado para várias partes da matemática .. ex aletórios

Binyamini, Tameness in geometry and arithmetic,
www.fields.utoronto.ca/talk-media/1/51/54/slides.pdf
Eleftheriou, From logic to geometry,
www1.maths.leeds.ac.uk/~pmtpe/research/From%20Logic%20to%20Geometry.pdf
Farah et al, Corona rigidity,
arxiv.org/pdf/2201.11618.pdf

Sintaxe da lógica proposicional

Variáveis proposicionais: p, q, r, … (formalmente um conjunto enumerável, $\mathcal{V}$)

Conectivos: &, ∨, ¬, → (respectivamente ‘e’, ‘ou’ ‘não’ e ‘se...então’)

Simbólos auxiliares:) , ((para desambiguação)

Seja $\mathcal{F}$ a coleção de fórmulas bem fundada (FBF).

Um exemplo: $(p \vee q) \rightarrow (\neg r \,\&\, \neg s)$ e uma FBF.

Definimos “$\leftrightarrow$” por $\varphi \leftrightarrow \psi$ sé e so sé $\varphi \rightarrow \psi$ e $\psi \rightarrow \varphi$.

Semântica da lógica proposicional

Uma *avaliação* é uma função $a : \mathcal{V} \to \{ V , F \}$ que atribui um *valor de verdade*

V (verdadeiro) ou F (falso) [em inglês, T (true) ou F (false)]

a cada variável proposicional.

Seja $\mathcal{C}$ o conjunto de todas availiações.

Nós estendemos a avaliação a para $a : \mathcal{F} \to \{ V , F \}$ por indução na estrutura dos fórmulas seguindo regras summarizado nos *tabelas-verdade*

$a(\varphi)$	$a(\psi)$	$a(\varphi \ \& \ \psi)$	$a(\varphi \vee \psi)$	$a(\neg\varphi)$	$a(\varphi \to \psi)$
V	V	V	V	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V

φ é uma tautologia se φ para cada avaliação a temos $a(\varphi) = V$.

Veja, já temos feitos coisas absolutamente não-triviais.

por exemφlo, temos que os seguintes sao sempre tautologias:

$\varphi \vee \neg\varphi$ (o 'lei do meio excluído')

$(\varphi \ \& \ \psi) \to (\psi \ \& \ \varphi)$

$\varphi \to (\varphi \ \& \ \varphi)$; $(\varphi \ \& \ \varphi) \to \varphi$

$((\varphi \to \psi) \ \& \ (\varphi \to \chi) \to (\varphi \to (\psi \ \& \ \chi))$

$\neg(\varphi \ \& \ \psi) \leftrightarrow (\neg\varphi \vee \neg\psi)$; $\neg(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\varphi \ \& \ \neg\psi)$ (leis de de Morgan)

Se para toda a $\in \mathfrak{C}$ temos que se a(φ) = V então a(ψ) = V , escrevemos $\varphi \vDash \psi$.

Mas geralmente, para qualquer subconjunto $\mathfrak{G}$ de $\mathfrak{F}$ e qualquer φ escrevemos $\mathfrak{G} \vDash \varphi$ se toda para a $\in \mathfrak{C}$ quando para toda ψ em $\mathfrak{G}$ a(ψ) = V temos a(ψ) = V.

Teoria de demonstraçõs de logical proposicional

Sistema axiomatica (Łukasiewicz)

Axiomas:

$\varphi \to (\psi \to \varphi)$
$(\varphi \to (\psi \to \chi)) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \chi))$
$(\neg \varphi \to \neg \psi) \to (\psi \to \varphi)$

Regra de inferência: de φ e $\varphi \to \psi$ infere-se ψ.

Para qualquer subconjunto $\mathcal{G}$ de $\mathcal{F}$ e qualquer φ escrevemos $\mathcal{G} \vdash \varphi$ se pode inferir φ dos elementos de $\mathcal{G}$.

(Também pode dar um sistema de "*dedução natural*".)

Teorema: Lógica proposicional é correto e completo:

Para qualquer subconjunto $\mathfrak{G}$ de $\mathfrak{F}$ e elemento φ de $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G} \vdash \varphi$ sse $\mathfrak{G} \vDash \varphi$.

Voltamos ao CNUDM, Artigo 121(3):

“Rocks which cannot sustain human habitation or economic life of their own shall have no exclusive economic zone or continental shelf.”

Franckx* tente exprimar isso na lógica proposicional, colocando,

p = ‘to sustain human habitation of their own’,
q = ‘to sustain economic life of their own’,
r = ‘to have an exclusive economic zone’ [EEZ],
s = ‘to have a continental shelf’

como: $\neg (p \vee q) \rightarrow \neg (r \vee s)$, que ele (certamente) diz que é equivalente a

$$(\neg p \,\&\, \neg q) \rightarrow (\neg r \,\&\, \neg s)$$ **

* E. Franckx, ‘The Arbitral Tribunal’s interpretation of paragraph 3 in Article 121: a first but important step forward’ in S Jayakumar et al (eds), *The South China Sea Arbitration: The Legal Dimension* (Edward Elgar 2018).
** Peios leis de de Morgan

Vamos imaginar, para fins de discussão, que isso esteja correto/razoável.

O Tribunal no caso concluiu:

“an island that is able to sustain either human habitation or an economic life of its own is entitled to both an exclusive economic zone and a continental shelf’.

Daí Franckx pensou que usarem o seguinte:

$$(\neg p \,\&\, \neg q) \rightarrow (\neg r \,\&\, \neg s) \text{ implica } (p \vee q) \rightarrow (r \,\&\, s)$$

Bem, $((\neg p \,\&\, \neg q) \rightarrow (\neg r \,\&\, \neg s)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (r \vee s))$ não é tautologia:

considere qualquer a com ou a(p) ou a(q) = V, e a(r) =F ou a(s) = F.

Franckx tenta resolver a dificuldade por propunhar que o Tribunal deveria ter usado um ou outro de dois “positivações” que ele inventou:

$\neg(p \vee q) \rightarrow \neg(r \vee s)$ implica $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$

$(\neg p \& \neg q) \rightarrow (\neg r \& \neg s)$ implica $(p \& q) \rightarrow (r \& s)$

Embora, nenhuma dos dois é verdadeira.

Para a primeira considere qualquer a com ou a(p) ou a(q) = V, e a(r) = a(s) = F.

Para a segunda considere qualquer a com a(p) = a(q) = V, e ou a(r) = F ou a(s) = F.

Ele continua: “As only the second part of the second transformation, namely ‘r & s’, makes sense (i.e., islands under paragraph 2 will have an EEZ and a continental shelf), the first part must by necessity be ‘p & q’ and not ‘p ∨ q’ as concluded by the Tribunal.

Isso todo é bobagem. Não pode decidir a “validade” de um de dois formulas da lógica proposicional que não são tautologias por examinar o que os variáveis “representam” – por olhar por dentro dos variáveis. Variáveis não tem interior.

A solução é de examinar CNUDM, Artigo 121(2) na mesma moda.

Seja t = ‘to be a rock’ e seja X = ‘the territorial sea, the contiguous zone, the exclusive economic zone and the continental shelf are determined in accordance with the provisions of this Convention applicable to other land territory’

Então Artigo 121(2) é (“é”!!): $\neg (t \,\&\, \neg(p \vee q)) \rightarrow X$

Disso, usando os leis de de Morgan, temos que Artigo 121(2) implica $(p \vee q) \rightarrow X$

Só falta desembaraçar o que X quer dizer para r e s .. e raciocinar que $X \rightarrow (r \,\&\, s)$.

Então, o Tribunal, neste aspeto da opinão dele, tinha razão certa.

Obrigado!!!