# EPGMAT

### Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA

### 24 a 28 de Novembro de 2025

Instituto de Matemática e Estatística - UFBA Campus - Ondina

Apresentações Orais Minicursos Palestras Pôsteres

> **INSCRIÇÕES** 25/09 à 20/11



### **SAIBA MAIS:**

encontropgmat@ufba.br • encontropgmat.ufba.br

### **COMISSÃO ORGANIZADORA**

Cristina Lizana

Gábrio Souza

Carlos Rocha Leydiane Campos

Elaís Malheiro

Glaene Santiago

Maria Gontiio Mirele Pereira

Majela Pentón

João Mark Juliana Medeiros Pablo Bomfim Sara Santana

















### X Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA

### Caderno de Resumos Titles and Abstracts

24 a 28 de Novembro de 2025

Instituto de Matemática e Estatística – IME Universidade Federal da Bahia – UFBA Salvador/Bahia/Brasil











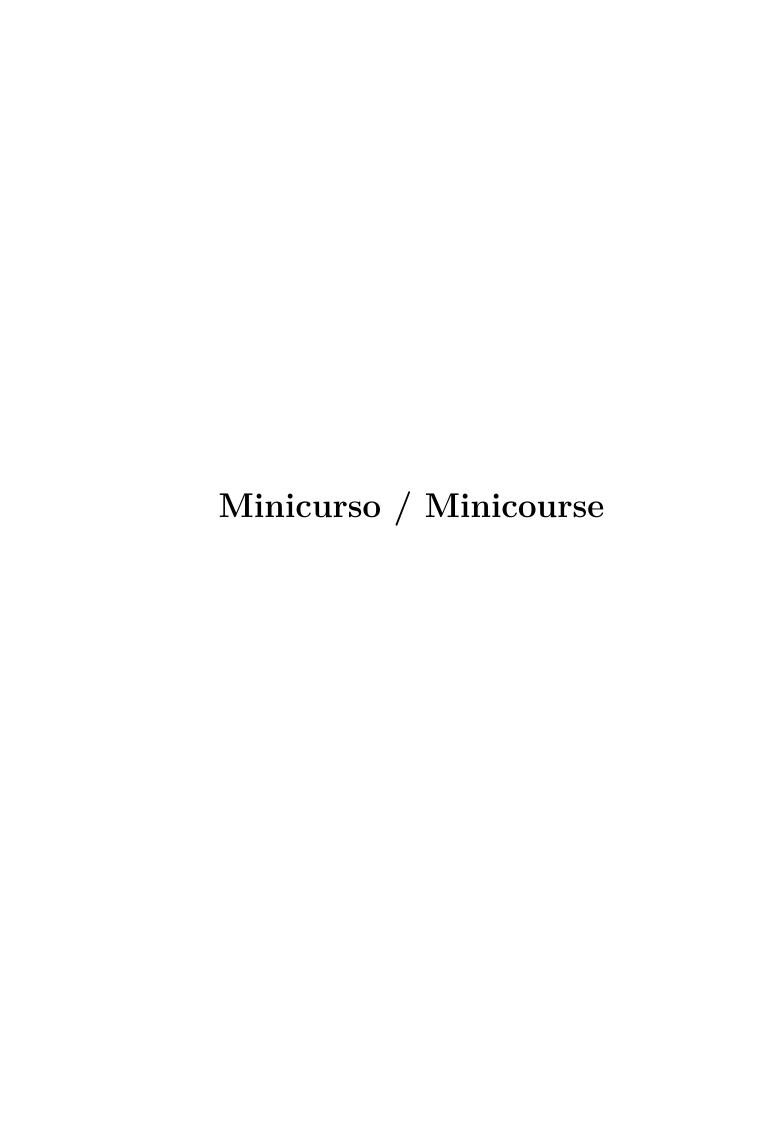
## Conteúdo / Contents

| Programação / Schedule         | 5  |
|--------------------------------|----|
| Minicurso / Minicourse         | 6  |
| Palestras / Talks              | 8  |
| Comunicações Orais / Talks     | 24 |
| Pôsteres Dia 1 / Posters Day 1 | 51 |
| Pôsteres Dia 2 / Posters Day 2 | 64 |

## Programação / Schedule

### X Encontro da Pós-graduação em Matemática da UFBA Salvador, 24 a 28 de novembro de 2025

| Hora          | seg 24              | ter 25            | qua 26          | qui 27             | sex 28            |  |  |
|---------------|---------------------|-------------------|-----------------|--------------------|-------------------|--|--|
| 8:30 - 9:00   | Credenciamento      |                   |                 |                    | Credenciamento    |  |  |
| 9:00 -10:00   | Mesa de<br>abertura | lgor<br>Chagas    | MC-2            | MC-3               | Naiara<br>Rocha   |  |  |
| 10:00 - 10:30 | MC-1                | Jair Oliveira     | Drahcir Blanco  | Samuel Silva       | Maria Machado     |  |  |
| 10:30 - 11:00 |                     | Elivan Neri       | Carlos Rocha    | Ênio Carlos        | Daniela Pereira   |  |  |
| 11:00 - 11:30 | Coffee Break        |                   |                 |                    |                   |  |  |
| 11:30 - 12:30 | Keti<br>Tenenblat   | Otávio<br>Menezes | Oscar<br>Ocampo | Zaqueu<br>Ramos    | Elias<br>Santiago |  |  |
| 12:30 - 14:00 | Almoço              |                   |                 |                    |                   |  |  |
| 14:00 - 14:30 | Yure Carneiro       | Glaene Mendonça   | Darllan         | Roseane Martins    | Katia             |  |  |
| 14:30 - 15:00 | Luciana             | Ugo Coutinho      | Pinto           | Diego Bomfim       | Lima              |  |  |
| 15:00 - 15:30 | Salgado             | Pôster            | Foto de grupo   | Rafael Oliveira    | Pôster            |  |  |
| 15:30 - 16:00 | Coffee Break        |                   |                 |                    |                   |  |  |
| 16:00 - 16:30 | Enathielle Andrade  | Carlos Gerbasi    | Leydiane Campos |                    | Aline Oliveira    |  |  |
| 16:30 -17:00  | Arthur              | Samuel            | Mirele Silva    | Mesa redonda:      | Vinícius          |  |  |
| 17:00 - 17:30 | Cunha               | Gomes             |                 | sáude mental<br>na | Mello             |  |  |
| 17:30 - 18:30 |                     |                   |                 | Pós-graduação      |                   |  |  |



### Uma introdução as transições de fase em Sistemas Dinâmicos

Thiago Bomfim São Luís Nunes \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

As transições de fase (termodinâmicas), do ponto de vista dos Sistemas Dinâmicos, significam a perda de diferenciabilidade ou analiticidade da pressão topológica como função do potencial. A informação sobre a perda de regularidade da função pressão topológica traz a lume características termodinâmicas do nosso sistema dinâmico. Dos trabalhos de Bowen, Smale e Ruelle, nos anos 70, sabemos que no contexto hiperbólico ou expansor não existe transição de fase para potenciais suficientemente regulares. A despeito disso, um entendimento completo de quais dinâmicas admitem transições de fase permanece fora de alcançe.

Neste minicurso, pretendemos introduzir o problema de transição de fase do ponto de vista de Sistemas Dinâmicos. Além disso, se o tempo permitir, apresentaremos alguns progressos recentes no referido problema.

Tipo de Apresentação: MINICURSO.

<sup>\*</sup>e-mail: tbnunes@ufba.br

Palestras / Talks

### Fluxos de curvatura em formas espaciais

### KETI TENENBLAT \* UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA - UnB

#### Resumo

Serão apresentados alguns resultados sobre fluxos de curvatura para curvas autosimilares em formas espaciais bi-dimensionais e alguns resultados sobre fluxos de curvatura média e de curvatura média inversa, por hypersuperfícies paralelas em formas espaciais. Tais fluxos existem somente quando as hipersuperfícies são isoparamétricas. Resultados sobre o colapso dos fluxos serão apresentados no intervalo maximal de definição dos fluxos.

#### Referências

- [1] REIS, Hiuri F.; TENENBLAT, Keti. The mean curvature flow by parallel hypersurfaces, Proceedings Amer. Math. Soc. 146 (2018), 4867-4878.
- [2] REIS, Hiuri F.; TENENBLAT, Keti. Soliton solutions to the Curve Shortening Flow on the Sphere Proceedings Amer. Math. Soc. 147 (2019), 4955-4967.
- [3] SILVA, Fabio N.; TENENBLAT, Keti. Soliton solutions to the curve shortening flow on the 2-dimensional hyperbolic space Revista Matematica Iberoamericana 38, (2022), 1763-1782.
- [4] ALENCAR, Alancoc S.; TENENEBLAT, Keti. On the inverse mean curvature flow by parallel hypersurfaces in space forms Proceedings Amer. Math. Soc. 153 (2025),307-324.

Tipo de Apresentação: PALESTRA

<sup>\*</sup>e-mail: K.Tenenblat@mat.unb.br

### Star flows: a characterization via Lyapunov functions

Luciana Salgado \*
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

#### Resumo

A  $C^1$  vector field X (or its flow  $X_t$ ) is said to be star if it cannot be  $C^1$ -approximated by ones exhibiting nonhyperbolic periodic orbits/singularities.

Star systems has been studied by many renowned researchers, among them R. Mañé and S. T. Liao, whom many years ago used it in order to prove the famous stability conjecture from Palis and Smale.

In the case of diffeomorphisms,  $C^1$   $\Omega$ -structural stability is equivalent to star condition (and also equivalent to Axiom A plus no cycle). However, in flow setting, the situation is much more complex. Although in absence of singularities, it has been proved that star flows are  $\Omega$ -stable (i.e., satisfy Axiom A and no cycle condition), in the singular setting, this is no longer true. The Lorenz attractor is an emblematic example of a star flow which does not satisfies Axiom A.

In this work, it is presented a geometric/algebraic characterization of star property for a  $C^1$  vector field or flow, based on Lyapunov functions (quadratic forms). It is also obtained conditions to strong homogeneity for singular sets by using the notion of infinitesimal Lyapunov functions. As an application, we obtain some results related to singular hyperbolic sets for flows.

#### Referências

[1] Salgado, L., Star flows: a characterization via Lyapunov functions. *Bull. Braz. Math. Soc.*, New Series, 55, 31 (2024). https://doi.org/10.1007/s00574-024-00403-w.

Tipo de Apresentação: Palestra.

 $<sup>{}^*</sup>e$ -mail: lsalgado@im.ufrj.br

# O conceito de atratores globais no estudo de EDP'S de evolução

Arthur Cunha \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Nesta palestra apresentaremos o conceito de atrator global associado à sistemas dinâmicos não-lineares (ou semigrupos), objeto que muitas vezes pode estar diretamente relacionado com as soluções de equações diferenciais parciais de evolução. O objetivo é formalizar, com uma abordagem introdutória, as principais definições e conceitos desta teoria, assim como desenvolvê-la de maneira que possa levar o público a vislumbrar alguns dos avanços mais recentes no tema.

#### Referências

Tipo de Apresentação:Palestra.

<sup>\*</sup>e-mail: cunha.arthurc@gmail.com

### A geometria diferencial de frontais

IGOR CHAGAS SANTOS \*
Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Nesta palestra, faremos um apanhado a respeito da geometria de frontais, que constituem uma classe especial de superfícies singulares. Inicialmente, revisaremos a noção de superfície parametrizada regular, em seguida definiremos frontais e apresentaremos a sua caracterização em função de bases móveis tangentes.

#### Referências

- [1] MEDINA-TEJEDA, Tito Alexandre. The fundamental theorem for singular surfaces with limiting tangent planes. Mathematische Nachrichten, v. 296, n. 2, p. 732-756, 2023.
- [2] SANTOS, Igor Chagas. Equiaffine structure on frontals: IC Santos. Research in the Mathematical Sciences, v. 12, n. 4, p. 78, 2025.

#### PALESTRA

 ${}^*\mathrm{e\text{-}mail}$ : igorchagas@ufba.br

### Entropia relativa e flutuações de sistemas de partículas

OTÁVIO MENEZES \*
Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Assumindo apenas as noções de medida de probabilidade e variável aleatória e alguma familiaridade com cadeias de Markov, apresentaremos sem demonstrações a Lei dos Grandes Números, o Teorema Central do Limite e algumas de suas generalizações, com ênfase nos limites de escala de sistemas de partículas, fazendo uma breve apresentação desta área de pesquisa. Terminaremos a palestra apresentando resultados recentes em flutuações fora do equilíbrio, obtidas com o método da entropia relativa de H. T. Yau.

#### **PALESTRA**

<sup>\*</sup>e-mail: ommenezes@gmail.com

# On forcing axioms and weakenings of the Axiom of Choice

Samuel G. da Silva \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Abstract

We prove forcing axiom equivalents of two families of weakenings of the axiom of choice (like the hundreds listed in the standard reference [2]): a trichotomy principle for cardinals isolated by Lévy (in [3]),  $H_{\kappa}$ , and  $DC_{\kappa}$ , the principle of dependent choices generalized to cardinals  $\kappa$ , for regular cardinals  $\kappa$ . Using these equivalents we obtain new forcing axiom formulations of the Axiom of Choice, AC (in a similar fashion of [4]).

A point of interest is that we use a new template for forcing axioms. For the class of forcings to which we asks that the axioms apply, we do not ask that they apply to all collections of dense sets of a certain cardinality (as in Viale, op. cit, or in [1]), but rather only for each particular forcing to a *specific* family of dense sets of the cardinality in question.

Joint work with Diego Bomfim (PhD Candidate, UFBA) and Charles Morgan (UCL London, UFBA Visiting Professor)

#### References

- [1] Fernández-Bretón, D.; Lauri, E. A characterization of the Boolean prime ideal theorem in terms of forcing notions. Fundamenta Mathematicae, 245(1);25–38, 2019.
- [2] Howard, P.; Rubin J. E. Consequences of the axiom of choice. Mathematical Surveys & Monographs. Providence, RI: American Mathematical Society, 1998.
- [3] Lévy, A. The interdependence of certain consequences of the axiom of choice. Fundamenta mathematicae, 54(2); 135–157, 1964.
- [4] Viale, M. Useful Axioms. The Journal of Applied Logics- IfCoLog Journal of Logics and their Applications, 4(10); 3427–3462, 2017.

| Tipo | o de | Apresen | tação: | PALE | ESTR. | Α |
|------|------|---------|--------|------|-------|---|
|------|------|---------|--------|------|-------|---|

\*e-mail: samuel@ufba.br

Tranças na matemática: topologia, grupos e aplicações

OSCAR OCAMPO \*
Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

A teoria de tranças surge naturalmente no estudo de espaços de configuração em Topologia Algébrica e conduz à definição dos grupos de tranças de superfícies, objetos de grande interesse tanto em Topologia Algébrica quanto em Teoria de Grupos. Esses grupos possuem descrições algébricas ricas, que estabelecem conexões com grupos lineares, grupos de Artin e grupos cristalográficos, revelando interações com a Geometria Riemanniana e com sistemas dinâmicos. Embora motivada por questões internas da matemática, a teoria de tranças também encontra aplicações contemporâneas em áreas como robótica e criptografia.

Nesta palestra, apresentaremos uma introdução acessível ao tema, destacando o uso de técnicas básicas da Topologia Algébrica e da Teoria Combinatória de Grupos no desenvolvimento da teoria de tranças. Serão expostos alguns resultados clássicos, assim como resultados originais obtidos em colaboração nos últimos anos.

Tipo de Apresentação: Palestra

\*e-mail: oscaro@ufba.br

Teoria Abstrata dos Modelos: sobre esboços e instituições.

Darllan Conceição Pinto \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Motivado por dicussões realizadas nas aulas do curso de Lógica Algébrica (Categorial), realizado no Programa de Doutorado do IME/UFBA em 2025.1, irei apresentar, em um primeiro momento, uma breve história da Teoria dos Modelos, desde sua origem pelos trabalhos de Tarski sobre o conceito de verdade em liguagem formal (introduzido na primeira metade do Sec. XX) [3], passando pela sua fomalização como uma teoria matemática [4] e culminando em conexões com a Teoria das Categorias, mais especificamente, com as Teorias de Lawvere [5] (uma abordagem categorial da Álgebra Universal), com a noção de Topos Elementar e dos Esboços e Categorias Acessiveis, (versões categoriais da Teoria dos Modelos) [1].

A noção de Instituições, introduzido por Gougen e Burstall no final do anos 1970, foi introduzido inicialmente como um framework abstrato para lógica de especificação de sistema de softwere. Posteriormente, suege como uma abstração categorial da Teoria dos modelos [2], no qual formaliza as noções intuitivas de um sistema lógico, incluindo sintaxe, semantica e uma relação de satisfatibilidade entre elas. Em um segundo momento da apresentação, que consiste na parte final do curso de Lógica Algébrica (categorial) e é a essencia original deste trabalho, mostramos como os Esboços e Categorias Acessíveis surgem como uma instância das Instituições, mais precisamente, como uma presentação de uma determinada Instituição.

#### Referências

- [1] ADÁMEK, Jiri; ROSICKY, Jiri. Locally Presentable and Accessible Categories. Cambridge University Press, 1994.
- [2] DIACONESCU, Razvan. Institution- independent Model Theory. Birkhäuser Cham. 2008.
- [3] GRUBER, Monika. Alfred Tarski and the "Concept of Truth in Formalized Languages". Springer, 2016.
- [4] HODGES, Wilfrid. Model Theory. Cambridge University Press, 1993.
- [5] LACK, Stephen; ROSICKY, Jiri. Notions of Lawvere Theory. In: Appl Categor Struct 19, 363–391 (2011).

<sup>\*</sup>e-mail: darllan@ufba.br

### X Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA

24a 28 de novembro de 2025

### Álgebra de Rees

Zaqueu Alves Ramos \* Universidade Federal de Sergipe - UFS

#### Resumo

Álgebra de Rees é um tópico central da álgebra comutativa que desempenha papel importante em outros ramos da matemática (como na geometria algébrica) e das aplicações (como na modelagem geométrica). O objetivo dessa palestra é dar uma visão geral sobre algumas questões no estudo da álgebra de Rees e sobre sua importância dentro e fora da álgebra comutativa.

Tipo de Apresentação: Palestra

\*e-mail: zaqueu@mat.ufs.br

# Inclusão escolar e ensino de Matemática: nuances, possibilidades e desafios

Naiara Chierici \*
Faculdade de Educação, Departamento de Educação II – UFBA

#### Resumo

A palestra propõe uma reflexão sobre os desafios e as possibilidades da Educação Matemática na perspectiva inclusiva, articulando fundamentos teóricos e experiências práticas vivenciadas em escolas e projetos de formação de professores. O ponto de partida é a discussão sobre as representações sociais que moldam a forma como estudantes são vistos no contexto escolar — especialmente aqueles com deficiência, transtornos do espectro autista ou dificuldades de aprendizagem — e como essas representações influenciam práticas pedagógicas, relações e expectativas sobre o aprender. A partir dessa problematização, a palestra discute os modelos de compreensão da deficiência, contrastando o modelo médico, centrado no diagnóstico e na normalização do sujeito, com o modelo social, que desloca o foco para as barreiras ambientais, comunicacionais e atitudinais que limitam a participação plena. Essa mudança de paradigma fundamenta a compreensão da Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva, que pressupõe o atendimento educacional especializado (AEE) como um apoio articulado à sala comum, e não como espaço paralelo de escolarização. Com base em uma experiência concreta, a professora apresentará estratégias de ensino que valorizam a mediação pedagógica, o uso de materiais manipulativos, jogos e recursos visuais para o ensino de conceitos matemáticos, além da importância da colaboração entre professores, coordenação e AEE. A atividade evidencia como a adaptação didática pode emergir de um processo de escuta e observação, respeitando os ritmos e modos singulares de aprendizagem dos estudantes. No diálogo com o ensino superior e a pesquisa na área, a palestra destaca a necessidade de repensar a formação inicial e continuada de professores de Matemática para que contemple a inclusão como um princípio epistemológico e ético, e não como um anexo curricular. Isso implica construir uma formação que promova a sensibilidade às diferenças, o planejamento acessível e a reflexão sobre as próprias práticas. Por fim, a palestra convida à reflexão sobre o papel docente na criação de ambientes de aprendizagem mais dialógicos, criativos e acessíveis, reafirmando que a inclusão se concretiza não por meio da homogeneização, mas pela valorização da singularidade de cada estudante — e que o ensino de Matemática pode ser um espaço privilegiado para isso.

\*e-mail: naiararocha@ufba.br

### A Matemática em Quadrinhos: Estratégias e Bases Teóricas

### Elias Santiago de Assis \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

#### Resumo

As pesquisas envolvendo a utilização de Histórias em Quadrinhos (HQ) nas aulas de matemática tem aumentando a partir da última década. Segundo Assis (2017), esse tipo de mídia ajuda a mobilizar a criatividade dos estudantes, o raciocínio lógico, a visualização de conceitos e a comunicação matemática. Elas podem ser integradas na abordagem de diversos temas: geometria (Assis, 2017), trigonometria (Miranda, 2019), sistemas de numeração (Araújo, 2020), otimização matemática (Nascimento, 2021), geometrias não euclidianas (Silva, 2024), dentre outros.

Quanto à abordagem, as HQ podem ser usadas de forma introdutória, para aprofundamento do conteúdo ou como estratégia de revisão (Vergueiro, 2006). Os docentes podem recorrer a histórias já prontas, solicitando aos estudantes que as interpretem, ou ainda suprimir parte da narrativa para que eles a completem. Outra possibilidade, defendida por Assis (2021), consiste na criação das HQ pelos próprios estudantes. Em qualquer uma dessas modalidades, é fundamental valorizar a criatividade e o protagonismo discente.

Seja no ensino ou na pesquisa, o uso de HQ nas aulas de matemática deve estar fundamentado em bases teóricas bem definidas. Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo apresentar algumas perspectivas teórico-metodológicas que podem ser empregadas para favorecer a aprendizagem matemática mediada pelo uso das HQ. Por limitações de tempo e espaço, optamos por discutir essa utilização a partir de quatro enfoques: a abordagem histórico-cultural, o viés semiótico, a teoria antropológica do didático e a perspectiva da Educação Matemática Inclusiva.

À luz da perspectiva histórico-cultural, defendemos que a construção das HQ seja feita coletivamente pelos estudantes. Nessa abordagem, a linguagem, os signos e as interações sociais exercem papéis de destaque. É por meio da comunicação entre os pares, que os estudantes transformam a linguagem social em conhecimento, acomodando interna e externamente as novas aprendizagens. Segundo Assis (2021), a produção dos discentes, em formato de HQ, revelam as contextualizações e os sentidos que eles agregam aos conceitos matemáticos.

Os signos citados referem-se às formas de representação na apresentação e aquisição de conhecimentos matemáticos, sendo o objeto de estudo da Semiótica. Nesse contexto, as HQ são particularmente ricas por serem contituídas por diversos signos, sejam eles

<sup>\*</sup>e-mail: eliassan@ufba.br

linguísticos ou pictóricos. Estes últimos são os predominantes nesse tipo de narrativa, tendo em vista a necessidade de apresentar desenhos que se assemelhem a elementos reais (Madruga, no prelo).

A teoria antropológica do didático (TAD), desenvolvida na década de 1980 pelo francês Yves Chevallard, busca analisar condutas humanas na perspectiva de compreender o "como" e o "porquê" das produções matemáticas. Nessa perspectiva podemos analisar as HQ produzidas pelos estudantes, identificando as técnicas matemáticas adotadas e as tecnologias e teorias que as fundamentam.

Por fim, discutiremos o potencial inclusivo das HQ, quando produzidas intencionalmente pelos docentes com esse objetivo. Nossa análise se centrará na pesquisa desenvolvida por Silva (2010), que confeccionou uma HQ em alto relevo e com escrita em Braille para permitir a leitura por alunos cegos, evoluindo a aprendizagem de conceitos de geometria.

#### Referências

- [1] ARAÚJO, M. C. S. Aprendizagem Matemática por meio do Desenho de Tarefas em Quadrinhos. Dissertação. 2020. 223 f. (Mestrado em Ensino) Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2020.
- [2] ASSIS, E. S. Exposição axiomática da geometria euclidiana plana por meio de histórias em quadrinhos: possibilidades, limitações e desafios. 2017. 549 f. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) – Instituto de Educação, Universidade do Minho, Braga, 2017.
- [3] ASSIS, E. S. As histórias em quadrinhos nas aulas de geometria. In: MADRUGA, Z. E. F.; ASSIS, E. S. (Orgs.). Vivências e Experiências em Matemática. Cruz das Almas: EDUFRB, p. 23-42, 2021.
- [4] MADRUGA, Z. E. F. Os signos de uma HQ. In: ASSIS, E. S.; MADRUGA, Z. E. F. (Orgs.). A Matemática em Quadrinhos: Estratégias, Saberes e Possibilidades. São Paulo: SBEM, no prelo.
- [5] MIRANDA, R. R. Uma proposta para o ensino de trigonometria a partir do uso de quadrinhos como recurso didático. 2019. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.
- [6] NASCIMENTO, A. P. D. Conhecendo o mundo da otimização: propostas de introdução da otimização geométrica no ensino básico. 2021. 131 f. (Mestrado Profissional em Matemática) Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2021.
- [7] SILVA, H. J. C. C. Descobrindo a geometria esférica com Anselmo. 2024. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2024.
- [8] SILVA, L. M. S. As histórias em quadrinhos adaptadas como recurso para ensinar Matemática para alunos cegos e videntes. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.
- [9] VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. In: RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (Orgs.). Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula. São Paulo: Editora Contexto, 2006. p. 77-130.

# A relação professor—material curricular e suas implicações no conhecimento matemático para o ensino

### KÁTIA CRISTINA LIMA SANTANA \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

#### Resumo

Professores de Matemática fazem uso recorrente de materiais curriculares para apoiar o planejamento do ensino e sua própria ação em sala de aula, o que evidencia a importância de investigações que tomem como foco a relação estabelecida entre os professores e esses recursos curriculares. Nesse sentido, esta palestra tem como objetivo discutir a relação professor-material curricular, no âmbito da Educação Matemática, a partir de elementos que compõem os recursos desses dois agentes. A discussão enfatiza como os professores mobilizam seu conhecimento profissional ao interagir com os materiais, a forma como utilizam esses recursos e as possibilidades de aprendizagem que os próprios materiais podem oferecer. Por fim, serão apresentadas algumas possibilidades de pesquisa nesse campo de investigação.

#### Referências

- [1] BALL, Deborah Loewenberg; HILL, Heather C.; SCHILLING, Stephen G. Mathematical knowledge for teaching: adapting U.S. measures for use in Ireland. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 3. p. 171-197, 2008
- [2] BROWN, Matthew William. The Teacher-Tool Relationship: Theorizing the Design and Use of Curriculum Materials. In: Remillard, Janine T.; Herbel-Eisenmann, Beth A.; Lloyd, Gwendolyn Monica. (Ed.). Mathematics Teachers at Work: Connecting curriculum materials and classroom instruction. New York: Taylor Francis, 20.p. 17-36.
- [3] DAVIS, Elizabeth; KRAJCIK, Joseph. Designing Educative Curriculum Materials to Promote Teacher Learning. **Educational Researcher**, v. 34, n. 3, p. 3-14, 2005.
- [4] LIMA, Katia; JANUARIO, Gilberto. A relação professor-materiais curriculares e sua interface com o conhecimento profissional docente em Matemática. In: SILVA, Marcelo Navarro da; BUENO, Simone. **Estudos sobre Currículos na Educação Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2021, p. 147-167.

<sup>\*</sup>e-mail: ESCREVA AQUI SEU EMAIL

[5] LIMA, Katia; JANUARIO, Gilberto. A relação de professores que ensinam Matemática e materiais curriculares. In: DUTRA-PEREIRA, Franklin Kaic.; LIMA, Katia. (Org.). **Diálogos e interfaces da educação matemática e da educação química**. Cruz das Almas: EDUFRB, 2024, p. 21-38.

Tipo de Apresentação: Palestra

### Ferramentas de IA para Aprender e Criar

### VINICIUS MELLO \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

#### Resumo

Nesta breve palestra, vamos explorar como ferramentas de Inteligência Artificial, como NotebookLM, podem nos ajudar a estudar melhor e produzir conteúdo de forma mais eficiente. A ideia é mostrar, com exemplos simples, o que já é possível fazer com a IA e o que ela promete para o futuro da educação.

Tipo de Apresentação: Palestra

<sup>\*</sup>e-mail: vinicius.mello@ufba.br

Comunicações Orais / Talks

# ESTIMATIVAS DE GRANDES DESVIOS PARA O PASSEIO ALEATÓRIO NO TORO

### YURE CARNEIRO DE OLIVEIRA \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Apresentaremos uma visão geral de trabalhos publicados nas últimas duas décadas a respeito de estimativas de grandes desvios para eventos do tipo excesso de funções locais dos tempos de ocupação do passeio aleatório simples, no espírito de [1].

No trabalho em desenvolvimento, o ambiente a ser considerado é o toro discreto  $\mathbb{T}_N^d$ , com  $d \geq 3$ , e os tempos de ocupação são considerados até o tempo  $\lfloor uN^d \rfloor$ ,  $L_{\lfloor uN^d \rfloor}(x) = \int_0^{\lfloor uN^d \rfloor} \mathbf{1}_{\{X_t = x\}} dt$ , onde u é uma constante positiva fixa associada ao modelo de random interlacements.

Com base em trabalhos anteriores, [1] e [2], conjecturamos que as taxas de decaimento das probabilidades investigadas são dadas pela solução de um problema variacional envolvendo a energia de Dirichlet de funções com certas restrições sobre a norma e sobre seu comportamento dentro de um modelo compacto  $D \subseteq \mathbb{T}^d$ .

Uma aplicação importante é dada ao considerar uma função local que nos permite representar a presença excessiva do passeio aleatório dentro de  $D_N = (ND) \cap \mathbb{T}_N^d$  até o tempo  $\lfloor uN^d \rfloor$ .

#### Referências

- [1] Alberto Chiarini and Maximilian Nitzschner. Lower bounds for bulk deviations for the simple random walk on  $\mathbb{Z}^d$ ,  $d \geq 3$ , 2023.
- [2] Alain-Sol Sznitman. On bulk deviations for the local behavior of random interlacements, 2021.
- [3] Alexander Drewitz, Balázs Ráth and Artëm Sapozhnikov. An Introduction to Random Interlacements, 2013.

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral

<sup>\*</sup>e-mail: yure.carneiro@yahoo.com.br

# JOGOS RELACIONADOS A IDEAIS, TRIPLAS E SEUS INVARIANTES CARDINAIS

### ENATHIELLE THIALA SOUZA DE ANDRADE \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

#### Resumo

Inspirados nas abordagens feitas por Chapital et al sobre jogos relacionados a invariantes cardinais, nosso trabalho propõe uma formulação abstrata para jogos cuja condição de vitória está relacionada, num primeiro momento, a ideais sobre os naturais. Tais ideais servirão como ferramenta auxiliar para a definição e análise desses jogos, facilitando o estudo das relações de dominação e limitação (módulo um ideal) dentro do espaço das funções de  $\omega$  em  $\omega$ .

#### Referências

- [1] Chapital, J.; Goto, T.; Hayashi, Y. Game-theoretic variants of cardinal invariants. Preprint, 2023.
- [2] Chapital, J.; Goto, T.; Hayashi, Y.; Yamazoe, T. Game-theoretic variants of splitting number. Preprint, 2024.
- [3] Engelking, R. General Topology. rev. compl. ed. Berlin: Heldermann, 1989.
- [4] Jech, T. Set Theory. New York: Academic Press, 1978.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

 $<sup>^*</sup>e$ -mail: ENATHIELLE@HOTMAIL.COM

### Folheação Transnormal em Variedades Lorentzianas

### JAIR CARNEIRO DE OLIVEIRA \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

#### Resumo

Variedades Lorentzianas são variedades munidas de um produto escalar de índice um em cada espaço tangente, que serve de modelo para o espaço-tempo. Uma folheação é um tipo de partição por subvariedades, que é dita transnormal se qualquer geodésica que parte ortogonalmente a uma folha permanece sempre ortogonal às folhas. Nesta comunicação oral, apresentaremos alguns resultados sobre folheações transnormais em variedades Lorentzianas. Especificamente, o primeiro resultado afirma que uma folheação transnormal estacionária em  $\mathbb{L}^4$  induz uma folheação transnormal no espaço ortogonal ao fluxo temporal. O segundo estabelece que as fibras (não degeneradas) de uma submersão constituem uma folheação transnormal se, e somente se, a submersão for Lorentziana.

#### Referências

- [1] DOLGONOSOVA, A. Yu; ZHUKOVA, N. I. Pseudo-Riemannian foliations and their graphs. Lobachevskii Journal of Mathematics, v. 39, p. 54-64, 2018.
- [2] O'NEILL, B. Semi-Riemannian geometry with applications to relativity. Pure and Applied Mathematics/Academic Press, Inc, 1983.
- [3] ALEXANDRINO, Marcos M.; ALVES, Benigno O.; JAVALOYES, Miguel Angel. On singular Finsler foliation. **Annali di Matematica Pura ed Applicata** (1923-), v. 198, n. 1, p. 205-226, 2019.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

<sup>\*</sup>e-mail: jairc.o@hotmail.com

### Medida de Máxima Entropia para uma classe de $C^1$ Endomorphisms Com Pontos Críticos

ELIVAN NERI LIMA \* Universidade Federal Da Bahia

#### Resumo

Na apresentação, discutimos a existência e unicidade de medidas de máxima entropia para uma certa classe de endomorfismos introduzida por Lizana-Ranter, os quais são homotópicos a um endomorfismo linear expansor de volume. Essa classe de endomorfismos no toro bidimensional é parcialmente hiperbólica  $C^1$ -robustamente transitiva com persistência de pontos críticos. Este é um projeto em andamento em conjunto com Y. Lima, C. Lizana e M. Poletti.

#### Abstract

**Title**: Measure of Maximal Entropy for a class of  $C^1$  endomorphisms with critical points.

In this presentation, we discuss the existence and uniqueness of measures of maximal entropy for a certain class of endomorphisms introduced by Lizana-Ranter, which are homotopic to a linear volume-expanding endomorphism. This class of endomorphisms on torus bidimensional are  $C^1$ -robustly transitive partially hyperbolic with persistence of critical points. This is an ongoing project joint with Y. Lima, C. Lizana and M. Poletti.

#### Referências

- [1] LIZANA, C.; RANTER, W. New classes of C1-robustly transitive maps with persistent critical points. Dynamical Systems, 2024. DOI: 10.1080/14689367.2024.2307010.
- [2] ARAÚJO, E.; LIMA, Y.; POLETTI, M. Symbolic dynamics for nonuniformly hyperbolic maps with singularities in high dimension. arXiv preprint, 2023. Disponível em: https://arxiv.org/abs/2010.11808.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL.

<sup>\*</sup>e-mail: elivan.lima@ufba.br

#### Sistemas Mecânicos Euclidianos

### Glaene S S Mendonça \* $UNIVERSIDADE\ FEDEDRAL\ DA\ BAHIA$ - UFBA

#### Resumo

Um sistema mecânico Euclidiano é uma tripla  $(\mathcal{U}, \frac{1}{2}||.||^2, F)$ , em que  $\mathcal{U}$  é um aberto de  $\mathbb{R}^n$  chamado de espaço de configuração,  $\frac{1}{2}||.||^2$  representa a energia cinética e  $F:\mathcal{U}\to TM$  é um campo vetorial anisotropico chamado de força externa. Os movimentos são curvas suaves que satisfazem a equação de Newton. Nesta comunicação, usando o formalismo Lagrangiano, apresentaremos exemplos e alguns resultados de sistemas mecânicos Euclidianos com ênfase nos sistemas conservativos, ou seja, quando a força externa é dada pelo gradiente de uma função, chamada de função potencial. Nesse caso, a energia é constante ao londo dos movimentos, e os movimentos com uma energia fixada coincidem com as geodésicas de uma métrica Riemanniana, denominada métrica de Jacobi.

#### Referências

- [1] MIRON, Radu; ANASTASIEI, Mihai. The Geometry of Lagrange Spaces: Theory and Applications. Dordrecht: Springer Science+Business Media, B.V., 1994.
- [2] O'NEILL, Barrett. Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity. New York: Academic Press, 1983. (Pure and Applied Mathematics, v. 103).
- [3] GODINHO, Leonor; NATÁRIO, José. An Introduction to Riemannian Geometry: With Applications to Mechanics and Relativity. Cham: Springer, 2014.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

<sup>\*</sup>e-mail: glaene.santiago@ufba.br

### Anéis com unidade e álgebras de determinante

Ugo Coutinho Monteiro de Almeida\* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Apresentaremos duas formulações para a teoria dos anéis com unidade. A primeira, e mais usual, é baseada numa linguagem algébrica composta por cinco símbolos de operações e constantes:  $\Sigma_{Ring} = \{+,-,\cdot,0,1\}$ , onde "+" e "·" são operações binárias, "-" é uma operação unária e "0" e "1" são símbolos de constantes. Mostraremos que existe uma maneira alternativa de formular essa teoria, através de uma linguagem contendo uma quantidade muito menor de símbolos:  $\Sigma_{Det} = \{D,i\}$ , onde "D" é uma operação quaternária e "i" é uma constante.

Exibindo as traduções adequadas entre as linguagens  $\Sigma_{Ring}$  e  $\Sigma_{Det}$ , provamos que a categoria dos anéis com unidade Ring é isomorfa à categoria das chamadas "álgebras de determinante", DetAlg, que são estruturas construídas sobre a linguagem  $\Sigma_{Det}$  satisfazendo certos axiomas. A escolha dessa nomenclatura não é por acaso, já que o intuito desses axiomas é replicar, da forma mais abstrata possível, as propriedades que definem o determinante de matrizes 2 por 2 sobre um anel com unidade, porém sem fazer qualquer uso das operações clássicas de anéis, isto é,  $\Sigma_{Ring}$ .

#### Referências

- [1] BORCEUX, F. **Handbook of Categorical Algebra I**: Basic Category Theory. Cambridge University Press, 1994.
- [2] BURRIS, S.; SANKAPPANAVAR, G. A Course in Universal Algebra. Springer-Verlag, 1980.
- [3] MACLANE, S. Categories for the Working Mathematician. Springer-Verlag, 1967.
- [4] VELOSO, P. M.; VELOSO, P. A. S. On Formulations for Group Theory. Artigo em preparação.

Tipo de Apresentação: Comunicação oral.

<sup>\*</sup>e-mail: coutinhoma@ufba.br

# Caracterização da Semi-Hiperbolicidade via Medida de Máxima Entropia

Carlos Gerbasi \*
UNIVERSIDADE FEDEDRAL DA BAHIA - UFBA

#### Resumo

Nesta apresentação, abordaremos o estudo das funções racionais semi-hiperbólicas. Nosso objetivo é caracterizar esse tipo de hiperbolicidade em relação à medida de máxima entropia, destacando suas principais propriedades e implicações dinâmicas.

#### Referências

- [1] J. Rivera-Letelier. The maximal entropy measure detects non-uniform hyperbolicity. Mathematical research letters, 17:851–866, 2010.
- [2] P. Haïssinsky and K. M. Pilgrim. Coarse expanding conformal dynamics. 2009.
- [3] A. F. A. Lopes and R. Mañé. An invariant measure for rational maps.Bol. Soc. Bras. Math, 14:45–62, 1983.
- [4] R. Mañé On the uniqueness of the maximizing measure for rational maps. Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática-Bulletin/Brazilian Mathematical Society, 14(1):27–43, 1983.

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral

<sup>\*</sup>e-mail: cegerbasi@gmail.com

### Métrica Assimétrica de Fubini-Study na Grassmanniana total

Drahcir Alexander Blanco Garcia \* Universidade Federal Da Bahia

#### Resumo

Na apresentação, discutimos a relevância das métricas sobre Grassmannianas. No entanto, o cálculo das distâncias entre subespaços com dimensões diferentes levanta um desafio fundamental: a assimetria dimensional. Para lidar com esta assimetria de forma eficaz, torna-se essencial recorrer a métricas assimétricas. O nosso contributo: neste trabalho, propomos uma extensão da métrica de Fubini-Study, apresentada como um ângulo assimétrico, que não só possui propriedades matemáticas úteis, como também é de fácil cálculo e implementação.

#### Abstract

Title: Asymmetric Fubini-Study Metric on the Total Grassmannian.

In this presentation, we discuss the relevance of metrics on Grassmannians. However, computing distances between subspaces of different dimensions poses a fundamental challenge: dimensional asymmetry. To address this asymmetry effectively, it becomes essential to employ asymmetric metrics. Our contribution: in this work, we propose an extension of the Fubini–Study metric, introduced as an asymmetric angle, which not only has useful mathematical properties but is also straightforward to compute and implement.

#### Referências

- [1] A. L. G. Mandolesi, Grassmann angles between real or complex subspaces, ar-Xiv:1910.00147 (2019).
- [2] A. L. G. Mandolesi, *Blade products and angles between subspaces*, Adv. Appl. Clifford Algebras **31** (2021), no. 69.

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral.

\*e-mail: blancodrahcir@gmail.com

### Existência e estabilidade de atratores exponenciais pullback para uma classe de equações de reação-difusão

Carlos Nascimento Rocha Neto \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Nesta apresentação, discutiremos um resultado teórico recente sobre a existência e a estabilidade de atratores exponenciais pullback associados a processos de evolução. O teorema estabelece condições que garantem a semicontinuidade superior e inferior de uma família de atratores exponenciais pullback e, como consequência, asseguram a existência de um atrator pullback de dimensão fractal finita, além de sua semicontinuidade superior.

Com base nesse resultado, analisaremos condições específicas impostas aos termos de uma classe de equações de reação-difusão não autônomas, destacando como o critério teórico — formulado a partir de uma condição de suavização — se aplica de forma natural a equações parabólicas.

#### Referências

- [1] A. C. Cunha, C. N. Rocha Neto, Existence and stability of pullback exponential attractors for a class of non-autonomous reaction-diffusion equations. Submitted for publication.
- [2] A. N. Carvalho, J. A. Langa, J. C. Robinson, Attractors for infinite-dimensional non-autonomous dynamical systems, Applied Mathematical Sciences, vol. 182, Springer-Verlag, New York, NY, 2012.

Tipo de Apresentação: Comunicação oral.

<sup>\*</sup>e-mail: carlosrochamat@gmail.com

### "Coisas legais" da Topologia Algébrica

Mirele Pereira da Silva \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

A Topologia Algébrica é uma área da Matemática que combina intuição geométrica e rigor algébrico para investigar propriedades fundamentais dos espaços. Por meio dela, questões sobre formas e deformações contínuas podem ser traduzidas em problemas algébricos que revelam informações profundas, como o número e o tipo de "buracos" de um espaço. Nesta palestra, apresentaremos de maneira acessível algumas das ideias mais interessantes dessa teoria, destacando conceitos de homologia, homotopia e invariantes topológicos, com o objetivo de evidenciar a relevância da área.

#### Referências

- [1] MUNKRES, James R. **Elements of Algebraic Topology**. Reading: Addison-Wesley, 1984. 1 v. Bibliography: p. 1. ISBN 0-201-04586-9.
- [2] HATCHER, Allen. **Algebraic Topology**. [S.l.]: Cornell University, 2002. Disponível em: https://pi.math.cornell.edu/hatcher/AT/AT.pdf.

Tipo de Apresentação: Comunicação oral.

<sup>\*</sup>e-mail: mirele.fmfm@gmail.com

### A Sufficient Condition For Robustly transitive Diffeomorphisms

Leydiane Ribeiro Campos \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Abstract

We give sufficient conditions such that partially hyperbolic diffeomorphisms that admit a more general version of the notion Some Hyperbolicity, so called SH saddle property introduced by Piñeyrúa in [P23], are robustly topologically transitive. Furthermore, we present a new large class of examples that are partially hyperbolic skew product maps in  $T^4$  with non trivial, non hyperbolic action on the homology, and one of the fiber is the diffeomorphism topologically conjugate to the Thurston's Pseudo-Anosov map obtained in [GK82]. We show that this map satisfies the hypotheses of the main result. In particular, the two dimensional tangent bundle of the fiber neither admits any one-dimensional invariant direction, nor does it have a non-uniform expanding/contracting behavior. This is an ongoing project joint with C. Lizana.

#### References

[P23] Piñeyrúa, Luis Pedro. "Some hyperbolicity revisited and robust transitivity." (2023)., arXiv:2302.01914.

[GK82] Gerber, Marlies and Anatole Katok. "Smooth models of Thurston's pseudo-Anosov maps." Annales Scientifiques De L Ecole Normale Superieure 15 (1982): 173-204.

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral

<sup>\*</sup>e-mail: leydcampos1@gmail.com

### Breve panorama sobre as Álgebras de Blowup

Samuel Brito Silva \*
Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

As 'algebras de blowup s`ao fundamentais na interface entre 'algebra comutativa e geometria alg'ebrica, codificando informa¸c`oes sobre ideais e suas pot^encias, e fornecendo uma descri¸c`ao alg'ebrica do blowup. Nesta palestra, apresentaremos uma introdu¸c`ao conceitual a essas 'algebras, seus principais invariantes e propriedades, e discutiremos a Conjectura de Simis—Vasconcelos, evidenciando os avan¸cos recentes em sua resolu¸c`ao.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

<sup>\*</sup>e-mail: s.complexo@hotmail.com

### Congruence subgroups of framed braid groups

ÊNIO CARLOS LEITE \*
Universidade Federal da Bahia

#### Abstract

The framed braid group  $FB_n$ , defined as the semidirect product  $\mathbb{Z}^n \rtimes B_n$ , arises as an extension of the classical braid group  $B_n$  by incorporating a framing on each strand. In this work, we introduce the framed congruence subgroup of level m, denoted by  $FB_n[m]$ , defined as the kernel of a representation of  $FB_n$  into a symplectic group, that arises from the classical Burau representation of  $B_n$ . We study the structure of this subgroup and its relation to the normal closure  $\langle \langle \sigma_1^m \rangle \rangle$ , where  $\sigma_1$  is the classical generator of  $B_n$ .

#### References

[1] KO, Ki Hyoung; SMOLINSKY, Lawrence. The framed braid group and 3-manifolds. In: **Proceedings of the American Mathematical Society, 115**, 1993.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

<sup>\*</sup>e-mail: leiteenio@gmail.com

# Pullback Attractors for Von Kármán system

## Roseane da Silva Martins \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

### Abstract

In this work, we are interested in the study of the existence of solution and pullback attractors for the von Kármán beam system of the type

$$\begin{cases} \omega_{tt} - \omega_{xxtt} - b_1 \left[ \left( u_x + \frac{1}{2} \omega_x^2 \right) \omega_x \right]_x + b_2 \omega_{xxx} + \alpha_1 \omega_t + \alpha_2 \omega_{xxt} + f_1(\omega, u) = \varepsilon_1 h_1(x, t) \\ u_{tt} - b_1 \left[ u_x + \frac{1}{2} \omega_x^2 \right]_x + \alpha_3 u_t + f_2(\omega, u) = \varepsilon_2 h_2(x, t) \text{ in } (0, L), \ t \ge \tau, \end{cases}$$

where  $\omega(x, t)$  is the transverse displacement and u(x, t) the longitudinal displacement of a generic point, (0, L) is the segment occupied by the beam, and t is a given positive time,  $h_i(x, t)$  are two external forces with two disturbance parameters  $\varepsilon_i$ ,  $f_i(\omega, u)$  are two nonlinear functions and  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, b_1, b_2$  are positives and real parameters. We assume the following boundary conditions

$$\begin{cases} u(0,t) = u(L,t) = 0, \\ \omega(0,t) = \omega(L,t) = 0, \\ \omega_x(0,t) = \omega_x(L,t) = 0. \end{cases}$$
 (2)

and the initial conditions

$$\begin{cases} \omega(x,\,\tau) = \omega_0^{\tau}(x), \ \omega_t(x,\,\tau) = \omega_1^{\tau}(x), \\ u(x,\,\tau) = u_0^{\tau}(x), \ u_t(x,\tau) = u_1^{\tau}(x), \ x \in (0,\,L). \end{cases}$$
 (3)

The system (1) is considered in the phase space

$$\mathcal{H} = H_0^2(0, L) \times L^2(0, L) \times H_0^2(0, L) \cap H_0^1(0, L) \times L^2(0, L)$$

which is a Hilbert space with respect to the inner product

$$\langle U, \widetilde{U} \rangle_{\mathcal{H}} = b_2 \int_0^L \omega_{xx} \overline{\widetilde{\omega}}_{xx} dx + \int_0^L \varphi \overline{\widetilde{\varphi}} dx + \int_0^L \varphi_x \overline{\widetilde{\varphi}}_x dx + b_1 \int_0^L u_x \overline{\widetilde{u}}_x dx + \int_0^L \psi \overline{\widetilde{\psi}} dx,$$

where  $U=(\omega,\,\varphi,\,u,\,\psi)^T$  and  $U=(\widetilde{\omega},\,\widetilde{\varphi},\,\widetilde{u},\,\widetilde{\psi})^T.$ 

<sup>\*</sup>e-mail: rsmartins@uesc.br

The plan is prove existence and uniqueness of a global weak solution, and nally demonstrate existence Pullback Attractors. Our proof of existence and uniqueness of weak solutions is directly inspired by the techniques used in [1], where uniform stabilization of a von Kármán system of beams and plates is obtained. To our knowledge, with the presence of nonlinear terms in the von Kármán beam equations, difficulties arise in treating well-posedness and the existence of pullback attractors. The main difficulty in the asymptotic analysis of the solutions of the von Kármán system stems primarily from the fact that the energy associated with the problem is non-dissipative, and consequently, the system will have a conservative character. Therefore, it is necessary to introduce damping mechanisms to ensure stabilization properties. With this in mind, we add two damping terms: internal damping  $\omega_t$ ,  $u_t$  and Kelvin-Voigt damping, to the first equation  $\omega_{xxt}$ . We restrict our work to the one-dimensional problem because, due to the lack of suitable Sobolev immersions, the non-linear terms of the considered model are not bounded in the finite energy space.

One of the fundamental problems in the study of dynamical systems is understanding their asymptotic behavior. In this sense, attractor theory plays a fundamental role. In general, an attractor refers to a compact set that satisfies an invariance property and attracts a class of subsets of the phase space in which the equation is stated. In this work, we are concerned with pullback attraction. In other words, we are looking for a family of compact sets that is invariant in the pullback sense and attracts all bounded subsets of the phase space.

For the existence and uniqueness of the solution of the system (1)-(3) we use semigroup theory. The main idea is to consider the nonlinear evolution system

$$\begin{cases}
NU_t = \mathcal{B}U + \mathcal{F}(t, U), \\
U(\tau) = U_\tau = (\omega_0^\tau, \omega_1^\tau, u_0^\tau, u_1^\tau) \in \mathcal{H},
\end{cases}$$
(4)

we will prove that the operator  $N^{-1}(\mathcal{B})$  generates a  $C_0$ -semigroup of contraction in the phase space  $\mathcal{H}$  and  $N^{-1}\mathcal{F}$  is locally Lipschitz, then abstract results Pazzy, [2], apply in order to conclude the existence of a unique solution on  $\mathcal{H}$ .

For the existence of the pullback attractors we use the next result.

**Theorem 0.1** Let the family  $\mathcal{D} = \{D(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  be a pullback absorbing family of the process  $\{S(t,\tau)\}_{t \geq \tau}$  acting on the Banach space  $\mathcal{X}$ , and  $S(t,\tau)$  be continuous and pullback  $\mathcal{D}$ -asymptotically compact in  $\mathcal{X}$ . Then, the family  $\mathcal{A} = \{A(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  defined by

$$A(t) = \bigcap_{s \ge 0} \overline{\bigcup_{\tau \ge s} S(t, t - \tau) D(t - \tau)}^{\mathcal{X}}, \quad \text{for each } t \in \mathbb{R}$$
 (5)

is a pullback attractor for the process  $\{S(t, \tau)\}_{t > \tau}$ .

## References

- [1] F. D. Araruna, P. Braz e Silvay, E. Zuazuaz. Addendum to "Asymptotic limits and stabilization for the 1D nonlinear Mindlin-Timoshenko system". J. Syst. Sci. Complex., 2010, 23: 414–430.
- [2] A. Pazy, Semigroups of Linear Operators and Applications to PDE's, Applied Mathematical Sciences 44, Springer, New York, 1986.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

# Sobre Axiomas de Forcing e Princípios Fracos de Escolha: Caracterizando $\mathrm{DC}_\kappa$

Diego Lima Bomfim \*
Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Provamos equivalências, via axiomas de forcing, de duas famílias de versões fracas do axioma da escolha parametrizadas por cardinais regulares  $\kappa$ : o princípio tricotômico  $H_{\kappa}$  (isolado por Lévy em [4]) e o princípio das escolhas dependentes generalizado  $DC_{\kappa}$ .

Em uma palestra que precede esta comunicação, o Prof. Samuel G. da Silva apresentará a caracterização de  $H_{\kappa}$  através do axioma de forcing  $FA(Coll_{\kappa}, \mathfrak{L}^{\kappa})$ . Esta comunicação estende essa abordagem para  $DC_{\kappa}$ , obtendo uma caracterização análoga via axiomas de forcing. Como aplicação ao caso  $\kappa = \omega$ , caracterizamos completamente DC.

Um aspecto metodológico relevante é que utilizamos um novo template para axiomas de forcing: ao invés de exigir filtros genéricos para todas as coleções de conjuntos densos de cardinalidade  $\kappa$  (como em [5, 2]), exigimos apenas que para cada forcing particular exista um filtro genérico para uma família específica de conjuntos densos dessa cardinalidade, o que permite caracterizar tanto  $H_{\kappa}$  quanto  $DC_{\kappa}$  de maneira análoga.

**Trabalho em conjunto com** Samuel Gomes da Silva (UFBA) e Charles Morgan (UCL London/Visitante UFBA).

## Referências

- [1] Bomfim, D. L.; Morgan, C. J. G.; da Silva, S. G. On forcing axioms and weakenings of the Axiom of Choice. *arXiv preprint*, arXiv:2404.10736, 2024.
- [2] Fernández-Bretón, D.; Lauri, E. A characterization of the Boolean prime ideal theorem in terms of forcing notions. Fund. Math., 245(1); 25–38, 2019.
- [3] Howard, P.; Rubin, J. E. Consequences of the axiom of choice. Mathematical Surveys & Monographs. Providence, RI: American Mathematical Society, 1998.
- [4] Lévy, A. The interdependence of certain consequences of the axiom of choice. Fundamenta Mathematicae, 54(2); 135–157, 1964.
- [5] Viale, M. Useful Axioms. The Journal of Applied Logics IfCoLog Journal of Logics and their Applications, 4(10); 3427–3462, 2017.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

<sup>\*</sup>e-mail: bomfim.diego@ufba.br

Equação de onda não linear e não autônoma com condição de fronteira acústica sob efeitos combinados de amortecimento interno não linear e amortecimento fracionário na fronteira.

Rafael Oliveira de Jesus \* Universidade Federal da Bahia

#### Resumo

Neste seminário, apresentaremos resultados de existência e unicidade de solução global, bem como a existência de um atrator pullback para um sistema de equações de onda não linear e não autônoma, sob a ação de um amortecimento friccional não linear no interior do domínio e de um amortecimento fracionário do tipo derivada de Caputo na fronteira. Na análise de existência e unicidade de solução forte, empregamos a teoria de semigrupos de operadores lineares limitados em conjunto com a teoria dos sistemas CD de Kato, demonstrando inicialmente a existência e unicidade de solução forte local. Em seguida, por meio de estimativas de energia, mostramos que essa solução é, de fato, globalmente definida. Além disso, obtivemos resultados de regularidade a partir de estimativas envolvendo normas das derivadas da solução, reforçando a robustez da análise. Por fim, utilizando a teoria dos Processos de Evolução, estabelecemos a existência de um atrator pullback em um universo de atração generalizado  $\mathcal D$  demonstrando que o processo associado ao problema admite uma família de conjuntos  $\mathcal D$ -pullback absorventes e é  $\mathcal D$ -assintoticamente compacto, sob hipóteses relaxadas para o termo não linear quando  $N \leq 3$  e condições mais restritivas para N > 3.

## 1 Introduction

Inspirado pelo modelo não-autônomo estudado em [3], pela dependência temporal introduzida em [5] e pelo amortecimento friccional não linear de [4], neste seminário,

\*e-mail: rafael.oliveira@upe.br

consideramos o seguinte modelo de equação de onda com condição de fronteira acústica:

$$u_{tt} - \Delta u + u + f(u) + c(t)g(u_t) = h; \text{ sobre } \Omega \times (\tau, +\infty),$$
 (1)

$$\delta_{tt} + \delta + d(t)\partial_t^{\alpha,\eta}\delta = -(u_t)_{|\Gamma}; \quad \text{sobre } \Gamma \times (\tau, +\infty),$$
 (2)

$$\delta_t = \frac{\partial u}{\partial \nu}; \quad \text{sobre } \Gamma \times (\tau, +\infty),$$
 (3)

$$u(x,\tau) = u_{\tau}^{0}(x), \ u_{t}(x,\tau) = u_{\tau}^{1}(x); \ x \in \Omega,$$
 (4)

$$\delta(\xi,\tau) = \delta_{\tau}^{0}(\xi), \ \delta_{t}(\xi,\tau) = \delta_{\tau}^{1}(\xi); \ \xi \in \Gamma,$$
 (5)

onde a função u=u(x,t) representa o deslocamento do fluido no interior do domínio  $\Omega\subset\mathbb{R}^N$ , o qual é um conjunto aberto, limitado e suficientemente regular, com fronteira  $\Gamma:=\partial\Omega$ . A função  $\delta(\xi,t)$  descreve a oscilação vibratória independente na fronteira.

Os mecanismos dissipativos considerados são do tipo friccional não linear no interior do domínio e do tipo operador integro-diferencial fracionário de Caputo, de ordem  $0 < \alpha < 1$  e peso exponencial  $\eta \ge 0$ , atuando sobre a fronteira  $\Gamma$ .

A fim de utilizar a Teoria de Semigrupos (ver [1]) e a teoria dos sitemas CD de Kato (ver [2]) para mostrar existência e unicidade de solução global, escrevemos as equações como um sistema aumentado e transformamos o problema (1)–(5) no seguinte problema de Cauchy:

$$\begin{cases}
U'(t) - \mathcal{A}(t)U(t) + \mathcal{F}(U(t), t) = \mathcal{G}(t); \ t > \tau, \\
U(\tau) = U_{\tau},
\end{cases}$$
(6)

onde 
$$U = (u, \delta, v, z, \varphi)$$
, em que  $u_t = v$  e  $\delta_t = \frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{\Gamma} = z$  e  $U_{\tau} = (u_{\tau}^0, \delta_{\tau}^0, u_{\tau}^1, \delta_{\tau}^1, 0)$ .

De posso da solução do problema (6), para estudar a exitência de atrator pullback via teoria de Processos de evolução reescrevemos o problema da seguinte maneira:

$$\begin{cases}
U_t(t) = \widetilde{\mathcal{F}}(U(t), t); \ t > \tau \\
U(\tau) = U_{\tau}
\end{cases},$$
(7)

onde  $\widetilde{\mathcal{F}} := \mathcal{A}(t) - \mathcal{F}(t, U(t)) + \mathcal{G}(t)$ .

## Referências

- [1] PAZY, A.. Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations. Vol. 44 of Applied Math. Sciences, Springer-Verlag, New York, 1983.
- [2] KATO, T.. Abstract differential equations and nonlinear mixed problems. Accademia Nazionale Dei Lincei, Pisa, 1985.
- [3] MA, T. F.; SOUZA, T. M.. Pullback dynamics of non-autonomous wave equations with an acoustic boundary condition: **Differential and Intragral Equations**. 2017 **30** 443–462.
- [4] MIRANDA, L. G. R.; RAPOSO, C. A.; FREITAS, M. M.. Global and exponential attractors for a suspension bridge model with nonlinear damping: **J. Differential Equations**. 2025 **431** 113–217.
- [5] CARABALL, T.; LANGA, J. A.; RIVERO, F.; CARVALHO, A. N. A gradient-like nonautonomous evolution process: I. J. of Bifurcation and Chaos. 2010 20 2751–2760.

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral.

Método de Newton-Raphson e Raízes de Funções Polinomiais Utilizando Tecnologias em uma Sequência Didática no Ensino Médio

Maria Hortência Machado Carneiro \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

O presente trabalho é fruto de pesquisa realizada durante o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), ofertado pela Universidade Federal da Bahia (UFBA), e se propõe a apresentar o método de Newton-Raphson por meio de abordagem voltada para o público do Ensino Médio, no intuito de obter aproximações de polinômios de diferentes graus utilizando como ferramentas tecnológicas de apoio o Geogebra e o Excel (e seus respectivos aplicativos), através de uma sequência didática.

Para isto, foi escolhida uma turma de segundo ano do Ensino Médio da rede pública estadual de ensino da cidade de Uibáí-BA. A sequência didática foi elaborada e aplicada com o objetivo de reapresentar os conhecimentos básicos de funções, destacando-se as polinomiais de graus 1 e 2, previamente conhecidas pelos estudantes, e expandir o campo de estudos para polinômios de grau superior, utilizando as ferramentas tecnológicas e os conhecimentos sobre o Método de Newton-Raphson.

Este método consiste em uma técnica de aproximação que, em sua essência, usa retas tangentes ao gráfico de y = f(x) até obter uma aproximação de f(x) = 0. Para isto, deve-se produzir uma sequência de aproximações para estimar a solução de f(x) = 0, onde, por meio desta sequência, o método estima a solução de uma equação f(x) = 0. Tomando como partida um  $x_0$  (graficamente ou por "adivinhação"), o método utiliza a tangente a f(x) no ponto  $(x_0, f(x_0))$ , chamando  $x_1$  o ponto onde a tangente cruza o eixo x. Prossegue-se utilizando cada aproximação para gerar a próxima, sendo que geralmente uma é melhor que a anterior [2].

A equação que representa a tangente à curva em  $(x_n, f(x_n))$  pode ser representada por:

$$y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n).$$

Tomando y = 0 (ponto onde a curva cruza o eixo das abscissas):

$$0 = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n),$$
  
-f(x\_n) = f'(x\_n)(x - x\_n),

 $<sup>^*\</sup>mathrm{e\text{-}mail}\colon\mathtt{mariahortencia@ufba.br}$ 

$$x = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Nas duas primeiras atividades propostas na sequência didática, os estudantes foram levados a resolver situações-problema utilizando funções afim e quadrática, com o uso de papel milimetrado para construção dos esboços dos gráficos. Na terceira atividade, são apresentados os polinômios de grau superior a 2, sendo este conteúdo totalmente novo para os estudantes. No quarto momento da sequência, são apresentados os conceitos de derivada e do Método de Newton-Raphson.

Para otimizar o processo e as atividades desenvolvidas na sequência didática, foram utilizadas ferramentas tecnológicas a fim de visualizar os gráficos e otimizar as interações, tomando a visão de Martins [1] sobre o uso de tecnologias, de que estas "(...) usadas como um meio e não como um fim, podem ter um precioso efeito no estímulo e na motivação do aluno para as atividades envolvendo-o nas matérias durante o processo de Ensino-Aprendizagem".

Por meio da aplicação das atividades, é possível perceber inicialmente um estranhamento dos alunos em relação à ruptura com o processo tradicional de ensino ao qual estão acostumados. Ao longo do desenvolvimento da sequência, é possível perceber que o nível de engajamento dos estudantes aumenta consideravelmente, bem como sua capacidade de resolver problemas sem necessidade de intervenção do professor. Com a inserção das ferramentas tecnológicas, é perceptível o quanto o interesse dos estudantes aumenta, sobretudo com relação às possibilidades dentro do Excel e de seu aplicativo.

Por meio de autoavaliação, os estudantes classificaram a experiência com a sequência didática em termos de nível de satisfação como ótimo 58%, quanto à aprendizagem 37% classificaram como bom e 21% como ótimo, e em comparação entre a sequência didática e o método tradicional de abordagem dos conteúdos, 69% consideram melhor, enquanto 26% consideram muito melhor.

Assim, pode-se perceber que o uso de Sequências Didáticas nas aulas de matemática, neste trabalho especificamente no estudo das raízes de funções polinomiais e do Método de Newton, é uma possibilidade de ensino enriquecedora e satisfatória. O uso das tecnologias educacionais se faz um forte aliado na resolução de diversos problemas matemáticos, possibilitando estudos de conteúdos um pouco mais avançados do que os regularmente apresentados no Ensino Médio, como no presente trabalho.

## Referências

- [1] MARTINS, Zélia. **As TIC no ensino-aprendizagem da Matemática:** Anais do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia, Universidade do Milho. Portugal, 2009.
- [2] THOMAS, George B. Cálculo-Volume 1. Tradução: Thelma Guimarães e Leila Maria Vasconcelos Figueredo. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2009.

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral.

# O QUE VOU FAZER DEPOIS DA ESCOLA?

Projeto de vida: calculando salário futuro e encargos

DANIELA WANDERLEY PEREIRA \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

### Resumo

Este texto apresenta um resumo de uma proposta de intervenção pedagógica no Ensino Médio, como parte da dissertação de mestrado profissional do PROFMAT-UFBA, intitulada "O que vou fazer depois da escola? projeto de vida: calculando salário futuro e encargos" sob a orientação da Prof<sup>a</sup> Graça Luzia Dominguez Santos, cujas áreas de foco são a Educação Financeira, Sequência Didática, Educação Matemática Crítica, Tecnologia Digital e os conceitos Foreground e Background.

A pesquisa visa fortalecer a educação financeira no Ensino Médio, focando no projeto de vida dos estudantes e na profissão que almejam. Após escolherem uma carreira, os alunos devem criar uma planilha eletrônica com um modelo básico de holerite, incluindo apenas Salário Base e os descontos de Previdência Social e Imposto de Renda, para visualizar o salário líquido. A atividade envolve o entendimento das tabelas e cálculos de contribuição à previdência (INSS) e do imposto de renda, usando as tabelas vigentes em agosto de 2023, ajudando os alunos a ter uma noção clara de seu futuro financeiro.

O objetivo do estudo foi fortalecer a Educação Financeira no Ensino Médio e auxiliar os estudantes na construção de seus projetos de vida profissional. A pesquisa partiu da premissa de que muitos discentes não tinham definido claramente sobre sua futura profissão, gerando insegurança e dificuldades na transição para o mundo do trabalho. Assim, o trabalho argumentou que a Educação Matemática, ao abordar temas como cálculos salariais e planejamento financeiro, contribuiu significativamente para a tomada de decisões mais conscientes e embasadas.

A metodologia de intervenção pedagógica consistiu em uma Sequência Didática que integrou atividades investigativas e o uso de tecnologias digitais, incluindo calculadoras, smartphones e planilhas eletrônicas. A pesquisa desenvolveu-se em conjunto com a disciplina de Projeto de Vida, utilizando estratégias detalhadas para a contextualização e mobilidade da comunicação.

A sequência didática iniciou com os estudantes definindo uma possível profissão de interesse por meio de pesquisa e reflexão, o que serviu de base para a etapa seguinte de pesquisa sobre a remuneração inicial nacional e regional da carreira escolhida. Em seguida, a intervenção central desafiou os alunos a simularem um holerite, utilizando

\*e-mail: danielawpl@ufba.br

planilhas eletrônicas para calcular os encargos salariais obrigatórios, como INSS e Imposto de Renda, com base nas tabelas oficiais de 2023. O projeto didático culminou com a produção dessas planilhas personalizadas, oferecendo aos alunos uma visualização clara do salário líquido e uma noção prática mais realista de seu futuro financeiro.

A fundamentação teórica da dissertação foi ampla, baseando-se na Educação Financeira e na Educação Matemática Crítica, conforme as competências gerais e específicas da BNCC. O trabalho utilizou a abordagem de Ole Skovsmose (2000; 2014), que inclui os conceitos de background, foreground, cenários para investigação e matemática em ação. Além disso, a pesquisa incorporou a proposta de uma educação matemática humanitária de D'Ambrosio (2012) e a discussão sobre as práticas de investigação em sala de aula de Ponte, Brocardo e Oliveira (2022).

A Sequência Didática promoveu a Materacia ao integrar o cálculo de holerite em um Cenário para Investigação. Essa abordagem permitiu aos alunos usar a Matemática de forma crítica para analisar a realidade socioeconômica, superando a visão meramente utilitária e fornecendo ferramentas para decisões informadas sobre trabalho e renda.

Ainda, a intervenção mediou a relação entre o background familiar (classe social, valores) e o foreground (futuro profissional desejado), um conceito de Skovsmose. A pesquisa confirmou a forte influência familiar nas escolhas de carreira. Contudo, ao realizar cálculos concretos sobre diferentes profissões, os estudantes conseguiram traçar caminhos profissionais mais realistas e fundamentados, diminuindo o peso das restrições do background social.

Finalmente, a intervenção destacou a importância de desenvolver o pensamento crítico e a autonomia para enfrentar desafios reais. Apesar do interesse em carreiras, houve limitações no aprofundamento teórico e na compreensão da dinâmica do mercado de trabalho. A escola, através da proposta, assumiu um papel crucial ao promover a reflexão sobre escolhas profissionais e a formação de cidadãos engajados.

## Referências

- [1] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular.** Brasília, DF, 2018.
- [2] BRASIL. Educação financeira nas escolas: ensino médio: livro do professor livro 2. [elaborado pelo Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF)]. Brasília: CONEF, 2013.
- [3] D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática:** da teoria à prática. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- [4] PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. 4. ed.; 2ª reimpr. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2022. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 7).
- [5] SANTOS, Edméa. A mobilidade cibercultural: cotidianos na interface educação e comunicação. In: Em Aberto. Brasília, v. 28, n. 94, p. 134-145, jul./dez. 2015.
- [6] SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. Bolema, Rio Claro SP, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000. (Trad.: Jonei Cerqueira Barbosa).
- [7] SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica.** Campinas, SP: Papirus, 2014. (Perspectivas em Educação Matemática).

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral

# A utilização de Materiais Manipuláveis no ensino de Matemática para Pessoas com Deficiência

Aline Almeida dos Santos Oliveira \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

### Resumo

Nos últimos anos, em decorrência da necessidade de inclusão, a sala de aula cada vez mais tem recebido Pessoas com Deficiência. Esta denominação é atribuída a pessoas com impedimentos de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, os quais, em interação com diversas barreiras, podem obstruir sua participação na sociedade em igualdades de condições com as demais pessoas.

A convivência é importante, tanto para que Pessoas com Deficiência possam ser parte ativa da sociedade, quanto para formar uma sociedade mais humana e democrática, mas para esta convivência acontecer de forma adequada, dados os impedimentos específicos de cada deficiência, são necessárias adaptações razoáveis.

Apenas colocar alunos com deficiência na sala de aula sem adaptar o ambiente e (dentro do possível) as aulas de forma a atingí-los, gera a Integração, que, por diversos motivos, é o que encontramos na maioria das escolas.

Segundo **Dessbesel et al2020**, a inclusão parte do princípio de que a educação é direito de todos e essencial para o desenvolvimento de uma sociedade justa e igualitária.

Assim, a proposta deste trabalho é pensar estrategias de ensino que possam atingir a turma como um todo, promovendo a inclusão dos alunos com deficiência.

A Convenção Sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência define "adaptações razoaveis" como modificações e ajustes necessários e adequados, a fim de assegurar que PCDs possam ter igualdade de oportunidades com as demais pessoas.

Os materiais manipuláveis são ferramentas que podem ajudar a proporcionar esta adaptação. Para **Silva2020**, eles têm a função de proporcionar ao indivíduo uma experiência por meio dos sentidos, que o leve à compreensão de objetos que poderiam ser considerados como abstratos. Nessa perspectiva os materiais concretos estimulam a visão e o tato do aluno por meio de formas, texturas e cores, o que pode levá-lo a melhorar a visualização do problema e dos métodos para resolvê-lo.

O inglês Calleb Gattegno, desenvolveu um tipo de material concreto conhecido como Geoplano. O mesmo constitui-se por uma placa de madeira, marcada com uma malha quadriculada ou pontilhada. Em cada vértice dos quadrados (ou nos pontos), fixa-se um prego, onde se prenderão os elásticos, usados para "desenhar" sobre o geoplano.

\*e-mail: ao210595@gmail.com

Com estes "desenhos", é possível ensinar vários conceitos de Aritmética, assim como de Geometria Plana.

O belga Émile Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980) desenvolveu outro material amplamente utilizado na educação básica (mesmo que nem sempre leve este nome), as barrinhas coloridas conhecidas como Escala Cuisenaire.

Barrinhas de cores diferentes possuem tamanhos diferentes e com elas é possível ensinar as 4 operações e ilustrar suas propriedades (comutatividade, associatividade, elemento neutro). Nesta pesquisa de caráter exploratório, serão ministradas algumas aulas utilizando o Geoplano, a Escala Cuisenaire e uma combinação de ambos os materiais para explicar as 4 operações básicas (e suas propriedades) entre frações, para turmas do Colégio Estadual Sete de Setembro que possuam um ou mais estudantes com Deficiências.

Inicialmente, o foco serão turmas do Ensino Fundamental que, em hipótese, tiveram pouco ou nenhum contato com os conteúdos ensinados, mas as mesmas aulas serão ministradas para alunos de Ensino Médio, para que eles próprios façam uma comparação dos métodos de ensino

Dada a quantidade de estudantes por sala, parte dos materiais serão construídos pelos próprios alunos, como uma forma de iniciar a familiarização com os materiais.

A aceitação de cada conteúdo em relação a cada material será coletada por meio de questionários e aqui documentada para posterior discussão.

Arruda 2014 destaca que a expressão criativa no trabalho pedagógico não significa somente inserir novidades ou fazer diferente em sua prática educativa, mas sim fazer algo que ofereça oportunidade de aprendizagem a todos estudantes. Por isso, serão gravadas e disponibilizadas video-aulas mostrando as explicações e construções com os materiais manipuláveis utilizados, de forma a ajudar outros docentes que pretendam aplicar esse tipo de sequência didática.

## Referências

Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência. Disponível em: https://www.unicef.org/brazil/convencao-sobre-os-direitos-das-pessoas-comdeficiencia. Acessado em 6 de outubro de 2024.SILVA, Thais Gouveia Alves Lopes. Materiais didáticos no ensino da matemática para alunos autistas: uma revisão bibliográfica. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020. ABREU, Dalmário Heitor Miranda de; SANTOS, Maria José Costa dos; RODRIGUES, Rosângela Nobre Barros. Uma experiência com o uso da Escala Cuisenaire como recurso pedagógico para aprender as quatro operações básicas de matemática. In: SANTOS, Maria José Costa dos; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima; LIMA, Ivoneide Pinheiro de (orgs.). Tecendo redes de experiências cognitivas: reflexões entre a teoria e a prática. Campinas: Editora Pontes, 2018. p. 282-298. COSTA, Dailson Evangelista; PEREIRA, Marcos José; MAFRA, José Ricardo e Souza. Geoplano no ensino de matemática: Alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, v. 7, p. 43-52, jun. 2011.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL

Pôsteres Dia 1 / Posters Day 1 Terça-feira/ Tuesday

# Medidas observáveis (ou quase-físicas) para transformações contínuas

# GABRIELA KIPPER PAIM \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

### Resumo

Nosso objetivo é ampliar o conceito de medida física para incluir sistemas contínuos e não hiperbólicos, garantindo a existência de descrições estatísticas relevantes mesmo em contextos nos quais as ferramentas tradicionais da teoria ergódica não se aplicam. Nesta perspectiva, as medidas observáveis generalizam as medidas de Sinai-Ruelle-Bowen (SRB) para sistemas dinâmicos contínuos em variedades compactas. Enquanto as medidas físicas descrevem o comportamento estatístico das órbitas para um conjunto de pontos de medida de Lebesgue positiva, sua existência costuma depender de condições de diferenciabilidade e hiperbolicidade. Mostraremos que, mesmo quando as medidas físicas não existem, sempre existirá pelo menos uma medida observável que descreve, de forma aproximada, o comportamento assintótico das órbitas para quase todos os pontos.

## Referências

[1] E. Catsigeras and H. Enrich. SRB-like measures for  $C^0$  dynamics. Bull. Pol. Acad. Sci. Math., 59(2):151–164, 2011.

Tipo de Apresentação: Pôster

<sup>\*</sup>e-mail: gabriela.kipper@ufba.br

# Operadores Dunford-Pettis em reticulados de Banach

Gleberson Gregorio da Silva Antunes \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Um operador linear  $T: E \to F$  entre espaços de Banach é dito Dunford-Pettis se transforma sequências fracamente convergentes em sequências convergentes na norma. Nosso foco está na interação entre estes operadores e a estrutura de ordem dos reticulados de Banach, especificamente, investigamos o que acontece quando temos dois operadores positivos S e T satisfazendo  $0 \le S \le T$ . Quando T é compacto, mostramos que  $S^3$  é compacto,  $S^2$  é Dunford-Pettis e fracamente compacto e S é fracamente Dunford-Pettis. Quando  $S^3$  também é Dunford-Pettis.

## Referências

- [1] ALIPRANTIS, C. D.; BURKINSHAW, O. **Dunford-Pettis operators on Banach lattices**. Transactions of the American Mathematical Society, v. 274, n. 1, p. 227-238, 1982.
- [2] ALIPRANTIS, Charalambos D.; BURKINSHAW, Owen. **Positive operators**. Academic Press, 1985.

Tipo de Apresentação: Pôster.

<sup>\*</sup>e-mail: glebersonantunes@ufba.br

Classificação e identidades polinomiais das álgebras de Jordan de dimensão dois.

Juliana Medeiros Barbosa \* *UFBA* 

#### Resumo

A álgebra de Jordan, originalmente proposta por Pascual Jordan, foi concebida como um instrumento analítico para o estudo dos fundamentos da mecânica quântica, interpretados por meio de matrizes auto-adjuntas. Em minha monografia, foi realizada a classificação, a menos de isomorfismos, das álgebras de Jordan de dimensão 2 sobre um corpo de característica diferente de 2, com base em [2]. O presente pôster tem como objetivo, além de apresentar essa classificação, mostrar a continuidade do estudo de [2], utilizando as ferramentas da teoria das identidades polinomiais (PI-teoria) para apresentar uma base dos T-ideais das álgebras obtidas na classificação, considerando um corpo infinito. A classificação conduz a uma única álgebra não associativa, a menos de isomorfismos. A partir dela, é construída de forma natural uma álgebra de Jordan não associativa  $\mathcal{D}$ , de dimensão arbitrária, na qual é apresentada uma base para as identidades polinomiais sobre corpos infinitos de característica diferente de 2. Por fim, será apresentado que a n-ésima sequência de codimensões das álgebras de Jordan bidimensionais é limitada por n, o que constitui um refinamento obtido em [2], do resultado presente em [3], onde se provou que tal sequência é limitada por n + 1.

## Referências

- [1] BARBOSA, Juliana Medeiros. Classificação de algumas classes de álgebras não associativas de dimensão baixa. 2025. 97 f. TCC (Bacharelado em Matemática) Instituto de Matemática e Estatística IME, Universidade Federal da Bahia, Salvador (Bahia), 2025.
- [2] DINIZ, D., GONÇALVES, D. J., DA SILVA, V. R. T., SOUZA, M. Two-dimensional Jordan algebras: Their classification and polynomial identities. Linear Algebra and its Applications, 664, 104-125, 2023.
- [3] GIAMBRUNO, A.; MISHCHENKO, S. P.; ZAITSEV, M. V. Codimension growth of two-dimensional nonassociative algebras. Proceedings of the American Mathematical Society, v. 135, n. 11, p. 3405–3415, 2007.

Tipo de Apresentação: Pôster.

<sup>\*</sup>e-mail: juliana.medeiros@ufba.br

# Uma introdução à teoria de homotopia

Pablo Bomfim Almeida \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma introdução à teoria de homotopia. Inicialmente definiremos os grupos de homotopia de dimensão n=1 de um espaço topológico X, tal grupo é chamado de Grupo fundamental e denotado por  $\pi_1(X)$ .

Serão apresentados alguns resultados importantes dos grupos fundamentais e, em seguida, generalizando a definição de grupos de homotopia para uma dimensão n, com  $n \geq 1$ , tem-se que algumas propriedades e resultados que valem para  $\pi_1(X)$ , não são válidos para  $\pi_n(X)$ , com  $n \geq 2$ , por exemplo temos que  $\pi_n(X)$  é sempre abeliano para  $n \geq 2$ , o que não ocorre para n = 1. Existem grupos de homotopia relativos e aplicações induzidas por homotopia de aplicações de recobrimento entre espaços que se encaixam em uma sequência exata longa, tais sequências são utilizadas como ferramentas para tentarmos calcular os grupos de homotopia de um espaço topológico dado.

## Referências

- [1] A. Hatcher Algebraic Topology.Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [2] WHITEHEAD, George W. **Elements of homotopy Theory**. New York: Springer-Verlag 1978.(Graduate Texts in Mathematics, v. 61).
- [3] E. L. Lima; Grupo fundamental e espaços de recobrimento; IMPA, 2012.

Tipo de Apresentação:PÔSTER.

<sup>\*</sup>e-mail: pbalmeida.bma@gmail.com

# Transição de Fase no Grafo Aleatório de Erdős-Rényi

Pedro Henrique França Ribeiro \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

### Resumo

O grafo aleatório de Erdős-Rényi é uma ferramenta importante na probabilidade, a partir do qual pode-se modelar o comportamento de redes de conexão e partículas interativas. Em sua essência, o grafo é construído através de n vértices e, para cada par de vértices, é gerada uma variável aleatória Bernoulli de parâmetro p, a qual tem valor 1 se eles se conectam e valor 0 caso contrário.

Neste trabalho, é primeiro demonstrada a relação entre o grafo aleatório e um processo de ramificação de Galton-Watson, a partir do qual pode-se fazer a relação entre a probabilidade de extinção de um processo de ramificação e a probabilidade de o número de vértices de qualquer componente do grafo aleatório ser determinado, o que mostra que a modelagem do desenvolvimento do grafo através de tal processo é boa. Além disso, são provados resultados combinatórios relativos ao grafo, como a probabilidade de um vértice pertencer a uma componente de um certo tamanho k.

Quanto à transição de fase, esse trabalho foi baseado em diversas fontes bibliográficas de autores renomados. A começar, estudou-se a dominação estocástica, seus resultados clássicos e como aplicá-la para desigualdades em probabilidade. A partir daí, com base no livro "Random Graphs", de Janson-Luczak-Rucinski, foram analisadas as fórmulas do limite de Chernoff, uma ferramenta poderosa para provar as desigualdades requeridas furitamente. Assim, para a transição de fase em si, usando referências e trechos do livro anterior e dos livros "Probability on Graphs" do Geofrey Grimmett e "The Probabilistic Method" de Alon-Spencer, foi estudado o Breadth First Method, utilizado na modelagem do desenvolvimento do grafo aleatório de Erdős-Rényi e fundamental para o entendimento da transição de fase do grafo com relação às suas componentes, ou seja, sob que circunstâncias ocorre essa transição e qual o tamanho assintótico da maior componente conexa na fase subcrítica (antes da transição) e na fase supercrítica (após a transição).

## Referências

[1] GRIMMETT, Geoffrey. *Probability on Graphs*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

<sup>\*</sup>e-mail: p.ribeiro@ufba.br

- [2] FRIEZE, Alan; KARONSKI, Michał. *Introduction to Random Graphs*. Cambridge: Cambridge University Press, 2016.
- [3] ALON, Noga; SPENCER, Joel H. *The Probabilistic Method.* 4. ed. Hoboken: Wiley, 2016.
- [4] THORISSON, Hermann. Coupling, Stationarity and Regeneration. New York: Springer, 2000.
- [5] SHAKED, Moshe; SHANTHIKUMAR, J. George. Stochastic Orders and Their Applications. New York: Academic Press, 2007.
- [6] AIGNER, Martin; ZIEGLER, Günter M. *Proofs from THE BOOK.* 6. ed. Berlin: Springer, 2018.
- [7] JANSON, Svante; ŁUCZAK, Tomasz; RUCINSKI, Andrzej. *Random Graphs*. New York: Wiley-Interscience, 2000.
- [8] FELLER, William. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. v. 1. New York: Wiley, 1968.

Tipo de Apresentação: Pôster.

# Operadores Monótonos Maximais

# TÁCIO FERNANDES ALVES \* UNIVERSIDADE FEDEDRAL DA BAHIA - UFBA

### Resumo

Esse trabalho tem como intenção, apresentar resultados e aplicações associados a operadores que carregam duas propriedades importantes: a de serem monótonos e, dentro dessa família, maximais. Operadores com tais características são importantes por generalizarem diversos conceitos em análise convexa, otimização, EDOs, EDPs e problemas físicos, além de sua importância no desenvolvimento de algoritmos de otimização e análise.

O conteúdo é uma generalização natural do trabalho realizado pelo autor em sua monografia de graduação. Serão apresentadas as definições de monotonicidade e maximalidade, assim como os principais teoremas. O foco principal será apresentar exemplos diversos de operadores com essas características e enfatizar sua importância na análise convexa.

## Referências

[1] ROCKAFELLAR, R. Tyrrell. Monotone Operators And The Proximal Point Algorithm. World Scientific, 2007.

Tipo de Apresentação: Postêr

<sup>\*</sup>e-mail: tacfernan@gmail.com

# Estimativas de raio espectral essencial para Operadores de Transferência

VICTOR MOREIRA CUNHA \*
Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Neste pôster pretende-se descrever parte dos resultados do artigo [1]. Neste artigo, calcula-se o raio espectral  $\rho$  e raio espectral essencial  $\rho_{ess}$  de operadores de transferência  $\mathcal{L}_{\phi}$  no espaço de Banach de funções  $\alpha$ -Hölders  $\Lambda^{\alpha}$ . As fórmulas para os raios espectrais envolvem a norma de iterados do operador de transferência aplicados na função constante e igual a 1, no caso do essencial com um potencial modificado, levando em consideração a derivada da dinâmica e a constante  $\alpha$  das funções Hölders. No caso de dinâmicas expansoras, são mostradas fórmulas alternativas para os raios espectrais baseadas na pressão topológica. Serão também mostradas aplicações para o cálculo dos raios espectrais, em particular no caso de dinâmicas expansoras, onde é mostrado que  $\rho_{ess}(\mathcal{L}_{\phi}) < \rho(\mathcal{L}_{\phi})$ , e de fato temos gap-espectral, do qual decorrem diversas propriedades dinâmicas interessantes. Finalmente, a partir das fórmulas de raios espectrais envolvendo a pressão topológica, é mostrada a analiticidade da pressão com respeito ao potencial.

## Referências

[1] BALADI, Viviani; JIANG, Yunping; LANFORD III, Oscar E.. Transfer Operators Acting on Zygmund Functions. In: **Transactions of the american mathematical society, Volume 348, Number 4, 1996.** p. 1599-1615.

Tipo de Apresentação: Pôster

<sup>\*</sup>e-mail: victormc@ufba.br

# Classification of one-dimensional dually flat manifolds

Danuzia Nascimento Figueirêdo \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

### Resumo

Recent studies on the relationship between toric geometry (from the symplectic viewpoint) and dually flat manifolds have led to a geometric construction called torification, which is a version of the Delzant correspondence for Kahler manifolds. In this work, we discuss the main examples of torification, which arise from Statistics and Probability, and classify the one-dimensional connected dually flat manifolds that admit a torification.

Tipo de Apresentação: Pôster

 ${}^*e$ -mail: danuzianf@hotmail.com

# MÉTODOS ANALÍTICOS PARA AS DESIGUALDADES DE BENNETT E KAHANE–SALEM–ZYGMUND

# FÁBIO ALMEIDA RIBEIRO \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

#### Resumo

As desigualdades de Bennett e Kahane-Salem-Zygmund são resultados probabilísticos que garantem a existência de matrizes especiais com entradas  $\pm 1$  gerando formas m-lineares unimodulares com normas relativamente pequenas. Abordaremos as versões multilineares das desigualdades de Kahane-Salem-Zygmund. Algumas constantes surgem nessas desigualdades, e um dos problemas em aberto é determinar seus valores exatos. Por esse motivo, este trabalho tem por objetivo estabelecer limites superiores para algumas constantes das desigualdades de Bennett e Kahane-Salem-Zygmund.

## Referências

- [1] ALBUQUERQUE, N.; REZENDE, L. Asymptotic estimates for unimodular multilinear forms with small norms on sequence spaces. In: **Bulletin of the Brazilian Mathematical Society**, v. 52, 2021. p. 23–39.
- [2] RAPOSO JR., Antônio B. Sobre normas de formas unimodulares em espaços de sequências. Tese (Doutorado em Matemática) Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, 2022.

Tipo de Apresentação: Pôster.

 $<sup>^*\</sup>mathrm{e\text{-}mail}$ : fabioalmeidar01@gmail.com

# A influência da geometria fractal na recorrência de Poincaré

# GÁBRIO RAVEL SOUZA REIS \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

#### Resumo

O teorema de recorrência de Poincaré é um resultado qualitativo fundamental em sistemas dinâmicos, afirmando que, para transformações que preservam uma medida de probabilidade, a órbita de quase todo ponto retorna infinitas vezes a qualquer vizinhança do ponto inicial. Em [1], demonstra-se que, ao longo de uma subsequência temporal, a distância entre uma órbita no instante n e o seu ponto de origem decai de forma polinomial ou subpolinomial quase certamente, sendo a taxa de decaimento controlada pela dimensão de Hausdorff do espaço. Mais precisamente, seja M um espaço métrico e  $T\colon M\to M$  uma transformação que preserva uma medida de probabilidade  $\mu$ . Então, vale lim inf $_{n\to\infty}\,n^{1/\alpha}\,d(x,T^n(x))<\infty$ , onde  $\alpha$  denota a dimensão de Hausdorff de M. Além disso, mostra-se que as órbitas de sistemas aleatórios exibem o mesmo comportamento recorrente observado no caso determinístico.

## Referências

- [1] BOSHERNITZAN, Michael. Quantitative recurrence results. In: Inventiones mathematica, Department of Mathematics, Rice University, Houston, TX 77251, USA. Springer-Verlag, 1993. p. 617-631.
- [2] MARIE, Philippe; ROUSSEAU, Jérôme. Recurrence for random dynamical systems. In: Discrete and Continuous Dynamical Systems. Series A, 2011. p. 1-16.

Tipo de Apresentação: PÔSTER

<sup>\*</sup>e-mail: gabriosouza@gmail.com

Identidades Polinomiais para Álgebras de Leibniz de dimensão 3.

Janara Ramos Nascimento \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

Neste trabalho, estudamos identidades polinomiais em álgebras de Leibniz tridimensionais, até o momento totalizando dez álgebras classificadas sobre o corpo dos números complexos  $\mathbb{C}$ . E exibimos (quando existem) identidades polinomiais multilineares de grau menor ou igual à 6 e multihomogêneas, também exibimos o T-ideal de identidades polinomiais sobre um corpo  $\mathbb{K}$  infinito, de característica diferente de 2.

## Referências

- [1] AYUPOV, S.; OMIROV, B.; RAKHIMOV, I. Leibniz algebras: structure and classification. Chapman and Hall/CRC, 2019.
- [2] DE MELO JUNIOR, A. F. Identidades Polinomiais para as Algebras de Leibniz de Dimensão Menor ou Igual a 3. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática e Estatística, UFBA, Salvador, 2017.
- [3] DRENSKY, V. Free algebras and PI-algebras. Springer-Verlarg, Singapore, 2000.
- [4] GIAMBRUNO, A.; ZAICEV, M. Polynomial identities and asymptotic methods. American Mathematical Society, USA, 2005.
- [5] I. RIKHSIBOEV and I. RAKHIMOV. Classification on three dimensional complex Leibniz algebras. AIP Conference Proceedings, 2012
- [6] ZHEVLAKOV, K. A. et al. Rings that are nearly associative. Academic press, 1982.

| * •1 | janara.ramos@ufba.br |  |
|------|----------------------|--|

Tipo de Apresentação: Pôster

# X Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA

24 a 28 de novembro de 2025

# Navegação de Zermelo

Sara Santana Rocha \* Universidade Federal da Bahia

### Resumo

Imagine que você está em um barco em alto mar e quer chegar ao destino no menor tempo possível. Descartando-se forças externas como a correnteza e o vento, o caminho mais rápido é uma linha reta. Mas, com o vento soprando em diferentes direções, qual seria a melhor rota?

O problema da Naveganção de Zermelo proposto em 1931 por Ernst Zermelo (1871-1953) consiste em determinar o caminho de tempo mínimo percorrido por uma partícula entre dois pontos em uma variedade, sob a influência de um campo de vetor externo (como um vento ou corrente marítima).

Neste trabalho, apresentaremos o Problema de Zermelo sob a ótica da Geometria Finsler, utilizando uma Variedade Randers como modelo. As geodésicas desta variedade correspondem às trajetórias de tempo mínimo procuradas no Problema de Zermelo.

## Referências

- [1] SHEN, Zhongmin. Lectures on Finsler geometry. World Scientific, 2001.
- [2] MARKVORSEN, Steen; PENDÁS-RECONDO, Enrique; RYGAARD, Frederik. Time-dependent Zermelo Navigation with Tacking. Journal of Differential Geometry, 2025.
- [3] CAPONIO, Erasmo; JAVALOYES, Miguel Angel; SÁNCHEZ, Miguel. Wind Finslerian structures: from Zermelo's navigation to the causality of spacetimes. American Mathematical Society, 2024.

Tipo de Apresentação: Pôster.

<sup>\*</sup>e-mail: sarasantana1943@gmail.com

Pôsteres Dia 2 / Posters Day 2 Quinta-feira/ Thursday

# Análise Espaço-Temporal de Desastres Hidrológicos nos Biomas Brasileiros entre 1991 e 2023

Beatriz Calhau Lopes \*
Universidade Federal da Bahia - UFBA

### Resumo

Dentre os tipos de desastres mais frequentes no Brasil, destacam-se as enchentes, as inundações, os alagamentos e os movimentos de massa. Esses fenômenos apresentam uma característica em comum: a predominância dos desastres hidrológicos. A intensificação desses eventos ao longo do tempo tem provocado impactos severos, com prejuízos ambientais, econômicos e humanos expressivos. As avaliações sobre mudanças climáticas sugerem que os eventos extremos tendem a se tornar cada vez mais intensos e recorrentes no território brasileiro. Tendo em vista a necessidade de reduzir a exposição da população ao perigo — uma vez que, em sua maioria, a ocorrência desses fenômenos é inevitável —, este estudo tem por objetivo analisar a evolução dos desastres hidrológicos nos diferentes biomas brasileiros. As informações utilizadas foram extraídas do Atlas Digital de Desastres no Brasil, abrangendo o período de 1991 a 2023. Para as previsões, empregaram-se os modelos ARIMA, ETS e Prophet. Os resultados indicaram que os biomas Mata Atlântica e Pantanal apresentaram, respectivamente, o maior e o menor número de registros. Ademais, os biomas Amazônia, Caatinga e Cerrado demonstraram dependência em relação ao período de chuvas.

## Referências

[1] TOMINAGA, Lídia Keiko; SANTORO, Jair; AMARAL, Rosangela do (Orgs.). Desastres naturais: conhecer para prevenir. 3. ed. São Paulo: Instituto Geológico, 2015. 196 p. ISBN 978-85-87235-09-1.

Tipo de Apresentação:PÔSTER.

<sup>\*</sup>e-mail: Beatrizlopes@ufba.br

# X Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA

24a 28 de novembro de 2025

# Educação Financeira e a OLITEF

Bernardo Nogueira da Silva \*
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA

### Resumo

Este trabalho apresenta um relato de experiência sobre a atuação de um bolsista de Licenciatura em Matemática no projeto de extensão Educação Financeira e OLITEF, vinculado ao Instituto Federal da Bahia (IFBA), Campus Salvador. A proposta surge diante da necessidade de inserir a Educação Financeira no ambiente escolar de maneira crítica, contextualizada e emancipatória, reconhecendo seu papel na formação de cidadãos mais conscientes, autônomos e participativos. Apesar dos avanços recentes, essa temática ainda encontra poucos espaços nos currículos escolares brasileiros e carece de abordagens pedagógicas que superem a lógica puramente técnica do mercado [1].

O projeto teve como objetivo geral promover a Educação Financeira como prática pedagógica interdisciplinar, articulando saberes da Matemática, da Economia e das Ciências Sociais, além de incentivar a participação em olimpíadas de conhecimento, como a Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira (OLITEF) e a Olimpíada Brasileira de Matemática Financeira (OBMF). Entre os objetivos específicos destacaramse: estimular o protagonismo estudantil, fomentar o diálogo entre escolas das redes municipal, estadual e federal, e conscientizar sobre o papel social do planejamento financeiro no cotidiano das famílias.

Minha atuação como bolsista foi marcada pela vivência simultânea no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e no projeto de extensão, o que proporcionou uma rica integração entre teoria e prática. Essa dupla inserção me colocou como elo entre a universidade e as escolas parceiras, favorecendo o compartilhamento de saberes e o desenvolvimento de ações conjuntas. Uma das experiências mais significativas foi a articulação com o Colégio da Polícia Militar da Ribeira (CPM), cuja parceria resultou na primeira participação da instituição na OLITEF. Essa conquista foi fruto de encontros formativos, planejamento colaborativo e oficinas interativas que abordaram temas como orçamento doméstico, consumo consciente, crédito, juros e investimentos.

Durante os encontros, procurou-se reinterpretar a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) a partir de uma perspectiva crítica e emancipatória [2], estimulando nos estudantes a capacidade de questionar e compreender os mecanismos econômicos que impactam suas realidades. As atividades priorizaram metodologias ativas, com ênfase em situações-problema, jogos didáticos e debates temáticos. A abordagem dialógica

\*e-mail: 202011290025@ifba.edu.br

permitiu que os alunos se reconhecessem como sujeitos capazes de tomar decisões financeiras informadas e responsáveis.

Os resultados foram expressivos. Observou-se aumento significativo no engajamento estudantil, maior interesse em temas relacionados à economia e finanças pessoais e o fortalecimento de vínculos entre as escolas participantes. As ações promoveram ainda a troca de experiências entre professores, gestores e estudantes, incentivando práticas pedagógicas colaborativas e a difusão de conteúdos interdisciplinares. Além disso, a participação nas olimpíadas estimulou o desenvolvimento de competências cognitivas, como raciocínio lógico, interpretação de dados e resolução de problemas, contribuindo para a formação integral dos alunos.

A experiência também revelou desafios importantes, como a dificuldade de adequar horários entre as escolas e o campus, a limitação de recursos tecnológicos e a necessidade de adaptar o discurso financeiro às diferentes faixas etárias e contextos socioculturais. Esses obstáculos, contudo, serviram de aprendizado para o aprimoramento da prática docente e para o fortalecimento da sensibilidade pedagógica. O trabalho mostrou que a Educação Financeira requer mais do que domínio técnico: exige empatia, escuta ativa e capacidade de traduzir conceitos complexos em situações concretas da vida cotidiana.

Do ponto de vista formativo, a experiência ampliou minha compreensão sobre o papel social do professor de Matemática, que não se restringe à transmissão de conteúdos, mas envolve a mediação entre o conhecimento científico e a realidade dos estudantes. O envolvimento com o projeto também favoreceu o desenvolvimento de competências comunicativas, de liderança e de gestão de grupos, fundamentais à prática docente e à atuação em projetos interdisciplinares.

Conclui-se que o projeto Educação Financeira e OLITEF reafirmou o potencial da extensão universitária como agente de transformação social. Ao articular ensino, pesquisa e extensão, foi possível promover a aproximação entre universidade e comunidade, contribuindo para a construção de uma cultura de cidadania financeira baseada na autonomia, na responsabilidade e na solidariedade. A Educação Financeira, tratada sob essa ótica, deixa de ser uma ferramenta de controle econômico e se transforma em um instrumento de emancipação e inclusão social [3].

**Palavras-chave:** Educação Financeira; Extensão Universitária; Formação de Professores; Olimpíadas de Conhecimento; Cidadania Financeira.

## Referências

- [1] CORDEIRO, N. J. N.; COSTA, M. G. V.; SILVA, M. N. da. Educação Financeira no Brasil: uma perspectiva panorâmica. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 5, n. 1, p. 69-84, 2018.
- [2] CUNHA, M. P. O Mercado Financeiro chega à Sala de Aula: Educação Financeira como Política Pública no Brasil. **Educação & Sociedade**, v. 41, e218463, 2020.
- [3] DE MEDEIROS, G. L. B.; DE MEDEIROS, L. N. P. Ausência de educação financeira no Brasil: o impacto à sociedade e a possibilidade de reversão. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 10, p. 101408-101417, 2021.

Tipo de Apresentação: POSTER

# DO VETOR AO PIXEL: APLICAÇÕES DA ÁLGEBRA GEOMÉTRICA

EMILI DE SANTANA MELO \*
UNIVERSIDADE FEDEDRAL DA BAHIA - UFBA

#### Resumo

A Álgebra Geométrica é uma ferramenta matemática que amplia a maneira como entendemos e trabalhamos com objetos no espaço. Ela surge naturalmente quando buscamos uma álgebra capaz de representar, de forma compacta e eficiente, relações geométricas como direções, áreas, volumes, rotações e reflexões. O elemento central dessa álgebra é o produto geométrico, que combina os conceitos de produto interno e produto externo em uma única operação. Seu principal diferencial é a possibilidade de manipular objetos geométricos de forma algébrica. Ultrapassando os limites da álgebra vetorial tradicional, ela oferece uma linguagem poderosa para descrever e manipular formas e movimentos no espaço. De forma sucinta e acessível, seus principais conceitos, se mostram como ótimas aplicações na visão computacional. As bibliotecas Clifford e Kingdon são ferramentas Python para trabalhar com Álgebra Geométrica. A Clifford oferece um conjunto de álgebras predefinidas e utiliza os operadores para realizar operações como reflexões e rotações. Por sua vez, a Kingdon se destaca pela vantagem de integração com o ganja.js, permitindo a criação de visualizações interativas de pontos, linhas e transformações geométricas. Revelando a importância da matemática para tecnologias que impactam nosso dia a dia e que podem revolucionar nosso futuro.

<sup>\*</sup>e-mail: emilisantanamelo@gmail.com

## Referências

- [1] KANATANI, K. Understanding Geometric Algebra: Hamilton, Grassmann, and Clifford for Computer Vision and Graphics. CRC Press, 2015.
- [2] VINCE, J. Geometric Algebra: An Algebraic System for Computer Games and Animation. Springer, 2009.
- [3] VINCE, J. Geometric Algebra for Computer Graphics. Springer, 2008.
- [4] FERNANDES, L. A. F.; LAVOR, C.; OLIVEIRA, M. M. Álgebra Geométrica e Aplicações. São Carlos, SP: SBMAC, 2017.

Tipo de Apresentação: PÔSTER

# X Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA

24 a 28 de novembro de 2025

# Teorema de Sarkovskii

# FILIPE DE MELO NOLASCO \* UNIVERSIDADE FEDEDRAL DA BAHIA - UFBA

### Resumo

A área de Sistemas Dinâmicos estuda o comportamento de funções quando são aplicadas repetidamente sobre seu valor a partir de um ponto inicial. Um dos objetivos desta área é encontrar pontos periódicos destas funções.

Um ponto periódico a de uma função f é um ponto para o qual existe um natural n tal que  $f^n(a) = a$ . O número n é o período mínimo de a se for o menor natural que satisfaz esta condição.

Em relação às funções reais contínuas, existe um resultado que associa a existência de um ponto periódico com pontos de outros períodos. Este resultado é conhecido como Teorema de Sarkovskii.

Este teorema foi descoberto pelo matemático Oleksandr M. Sarkovskii em 1962 e se destaca por fornecer um resultado profundo em troca uma hipótese relativamente fraca.

O teorema gera uma relação de ordem sobre os números naturais conhecida como ordenação de Sarkovskii, em que um natural n precede outro m se a existência de um ponto de período mínimo n implica a existência de um ponto de período mínimo m.

Neste trabalho, iremos apresentar o Teorema de Sarkovskii e alguns exemplos que ilustram seu funcionamento.

## Referências

- [1] DEVANEY, Robert L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. Westview Press, 2003.
- [2] SARKOVSKII, Oleksandr N. Coexistence of Cycles of a Continuous Map of the Real Line Into Itself. In: **International Journal of Bifurcation and Chaos**. Springer Nature, 2024. p. 3-14.

Tipo de Apresentação: PÔSTER

<sup>\*</sup>e-mail: filipe.nolasco31415@gmail.com

# Projeções Populacionais por Faixa Etária: Aplicações da Álgebra Linear com o Modelo de Leslie

JOÃO OLIVEIRA SOUSA JÚNIOR \*
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA

### Resumo

## 1 Introdução

O estudo da dinâmica populacional é de grande relevância para áreas como Demografia e Estatística, permitindo projetar cenários futuros e apoiar políticas públicas. Neste estudo investigamos a aplicação da matriz de Leslie como modelo para a dinâmica populacional feminina brasileira, utilizando conceitos da Álgebra Linear. O modelo matricial de Leslie (1945) prevê a evolução de uma população dividida por faixas etárias a partir de taxas de fecundidade e sobrevivência.

## 2 Matriz de Leslie

Utilizamos dados demográficos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) referentes ao período 2010–2014, considerando a população feminina em intervalos de cinco anos. A partir desses dados, calculamos as taxas de fecundidade e sobrevivência necessárias para a construção da matriz de Leslie. O modelo é descrito pela relação:

$$x^{(k)} = L^k x^{(0)} (1)$$

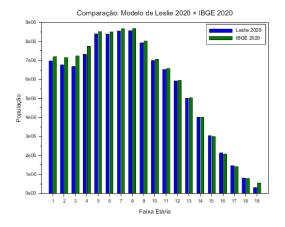
em que  $x^{(0)}$  representa o vetor inicial da população, L a matriz de Leslie e  $x^{(k)}$  a distribuição etária após k períodos. Realizamos as projeções com o software Scilab, analisando também o autovalor dominante e o autovetor associado. O autovalor dominante fornece a taxa de crescimento populacional a longo prazo, enquanto o autovetor associado indica a distribuição etária estável que a população tende a atingir se as taxas permanecerem constantes.

# 3 Aplicação do Modelo

Os resultados das projeções com a matriz de Leslie foram comparados com estimativas do IBGE (2020 e 2060) e com o Censo de 2022. Apesar de suas limitações, o

<sup>\*</sup>e-mail: joaojunior.matematica@gmail.com

modelo reproduziu de forma satisfatória a evolução da população feminina brasileira, aproximando-se dos dados oficiais e evidenciando seu valor como aplicação da Álgebra Linear na análise demográfica.



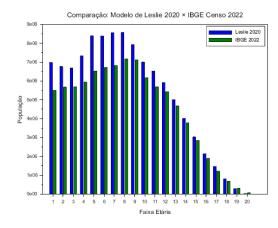


Figura 1: IBGE vs Leslie (2020).

Figura 2: IBGE vs Leslie (2022).

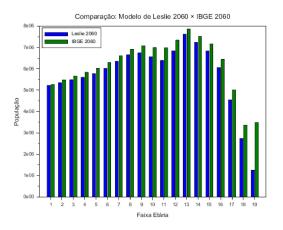


Figura 3: Projeção de Leslie e estimativas do IBGE para 2060.

## Referências

- [1] ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.
- [2] LESLIE, P. H. On the use of matrices in certain population mathematics. **Biometrika**, v. 33, n. 3, p. 183–212, 1945.
- [3] BACAËR, N. A short history of mathematical population dynamics. Londres: Springer-Verlag, 2011.

## Tipo de Apresentação: Pôster

# O Conjunto Ternário de Cantor e suas Propriedades Topológicas

Autor: Sérgio Samuel Araujo Machado Figueiredo \*
Orientadora: Cristina Lizana Araneda †
Universidade Federal da Bahia - UFBA

#### Resumo

O conjunto ternário de Cantor é um dos exemplos mais curiosos e ricos da matemática moderna. Ele é construído a partir do intervalo [0,1], removendo-se sucessivamente o terço central de cada parte que sobra. Apesar de o processo parecer simples, o resultado é um conjunto com estrutura bastante sofisticada. O conjunto de Cantor é não enumerável, compacto, perfeito e totalmente desconexo, além de possuir medida de Lebesgue nula — características que o tornam um objeto fascinante para o estudo da sua geometria e topologia. Neste pôster, apresentaremos um estudo introdutório sobre as principais propriedades topológicas do conjunto de Cantor, buscando entender como conceitos como compacidade, fechamento e desconexão aparecem nesse contexto. Destacamos como o conjunto de Cantor serve de ponte entre a geometria clássica e as ideias modernas de fractal e autossimilaridade.

Tipo de Apresentação: Pôster

 ${\rm ^*e\text{-}mail:}\ \mathtt{samuelfigueiredo77@gmail.com}$ 

†e-mail: clizana@ufba.br

# A ESPERANÇA NO JOGO DE PENNEY

# VALQUÍRIA NERIS DE SOUZA \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

#### Resumo

Esse trabalho tem como intenção, apresentar conceitos fundamentais da teoria das probabilidades, utilizando o exemplo simples do lançamento de uma moeda. Ele começa explicando o espaço amostral, mostrando como representar os possíveis resultados de um ou mais lançamentos e, segue com a definição de eventos aleatórios, medida de probabilidade e espaço de probabilidade. Abordamos a probabilidade condicional e a lei da probabilidade total e introduzimos o conceito de variáveis aleatórias e de esperança matemática, incluindo também a esperança condicional e a lei da esperança total.

Por fim, apresenta um exemplo detalhado com o experimento de lançar uma moeda até observar a sequência "HT", "HTH"e "HTT", calculando o valor esperado do número de lançamentos necessários.

## Referências

- [1] ROLLA, Leonardo T.; LIMA, Bernardo N. B Probabilidade. 2021–2024
- [2] HOMBAS, V. C Waiting Time and Expected Waiting Time- Paradoxical Situations. The American Statistician, v. 51, n. 2, p. 130-133, maio 1997. Taylor Francis, Ltd. em nome da American Statistical Association..

Tipo de Apresentação: Postêr

<sup>\*</sup>e-mail: VALQUIRIADESOUZANERIS@GMAIL.COM

# Problemas de tangência: Uma abordagem algébrica com auxilio do computador

José Jorge Ferreira dos Santos \* Universidade Federal da Bahia - UFBA

### Resumo

Problemas de tang^encia envolvendo pontos, retas e circunfer^encias no plano, tais como o c'elebre Problema de Apol^onio, podem ser formulados e resolvidos, de forma conceitualmente simples, usando-se nada mais do que 'algebra do ensino m'edio. Por 'em, a ado¸c~ao da 'algebra dos ciclos e do sistema de 'algebra computacional mostrou-se uma al ternativa mais atraente, facilitando a resolu¸c~ao desses problemas. Al'em disso, a possibi lidade de visualiza¸c~ao proporcionada pelo GeoGebra permitiu uma melhor compreens~ao da rela¸c~ao entre 'algebra e geometria, contribuindo para a solu¸c~ao desses problemas de forma mais eficiente e precisa. Com isso, evidencia-se a import^ancia e utilidade da inte gra¸c~ao entre a 'algebra, a geometria e a tecnologia na resolu¸c~ao de quest~oes tangenciais, promovendo um aprimoramento no estudo desses problemas

Tipo de Apresentação: Pôster.

 $<sup>{\</sup>rm ^*e\text{-}mail:}\ {\tt jjorgeferreiradossantos@gmail.com}$ 

# ESTUDO DO CONCEITO COMO DINÂMICA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

# MARIA CARVALHO GONTIJO DOS SANTOS \* UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

#### Resumo

Este trabalho apresenta parcialmente os resultados de uma dissertação em andamento do Mestrado Profissional de Matemática em Rede (PROFMAT) da UFBA e tem por objetivo a elaboração de um produto educacional que consiste em um manual sobre como fazer um Estudo do Conceito para a formação inicial ou continuada de professores.

O Estudo do Conceito é uma dinâmica de formação de professores proposta pelos pesquisadores canadenses Brent Davis e Moshe Renert[1] e utilizada em pesquisas em torno do conceito de Matemática para o Ensino (MpE) realizadas fora e dentro do Brasil [1][2][3][4]. Consiste em uma sequência de encontros semiestruturados entre professores que ensinam matemática. Ao longo dos encontros, os professores e/ou futuros professores estão focados em um conceito matemático e compartilham e discutem as formas como comunicam esse conceito no contexto de ensino, usando como fonte principal sua prática profissional. A partir das discussões, os professores ampliam seu repertório, aprimorando sua prática.

Nesta pesquisa, foi realizado um ciclo de 6 encontros presenciais com professores que ensinam matemática e estudantes de graduação, com 3 horas de duração cada, entre outubro e novembro de 2025. Os participantes se debruçaram sobre o conceito de relações trigonométricas. Ao longo dos encontros, os professores foram convidados a realizar atividades como elaborar e apresentar atividades de sala de aula envolvendo trigonometria, ler e discutir artigos sobre sua história, analisar livros didáticos e elaborar e apresentar planos de aula.

Ao final dos encontros, os professores responderam a um questionário de feedback sobre o curso de formação, destacando as principais contribuições para sua formação e os pontos de melhoria. A pesquisa reforça o compromisso do PROFMAT com a produção de conhecimento aplicado à formação de professores de matemática, valorizando abordagens reflexivas e colaborativas de ensino.

\*e-mail: prof.magonts@gmail.com

## Referências

- [1] DAVIS, B. RENERT, M. The Math Teachers Know: Profound Understanding of Emergent Mathematics. New York, NY: Routhledge, 2014.
- [2] MENDUNI-BORTOLOTI, R. D.; BARBOSA, J. C. Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 1, p. 269–293, 2018.
- [3] RANGEL, L.; GIRALDO, V.; FILHO, N. M. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 42, p. 1–19, 2014.
- [4] SANTOS, G. L. D.; BARBOSA, J. C. Um modelo teórico de matemática para o ensino do conceito de função a partir de um estudo com professores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 48, p. 143–167, 2016.

## **PÔSTER**: