

KdV: Uma Equação Dispersiva

JOEDSON DE JESUS SANTANA
Vanessa Barros de Oliveira *

Abstract

Os fenômenos de ondas tem desempenhado um papel de grande importância nos estudos de física e matemática devido às suas diversas aplicações. Uma importante equação de onda é a equação de KdV (Korteweg-de Vries) que é de interesse matemático, importância prática e está diretamente ligada às ondas conhecidas atualmente como *sólitons*, cujo comportamento foi analisado pela primeira vez por John Scott Russell em 1834 quando observou que uma onda gerada pelo movimento de um barco se propagou aparentemente sem mudança de forma nem alteração da velocidade. Russel e vários outros matemáticos da época tentaram deduzir uma equação que descrevesse o comportamento daquela onda, mas apenas em 1885 os holandeses Diederik Korteweg e Gustav de Vries obtiveram a equação que descrevia ondas que se propagavam inalteradas e com velocidade constante, como a observada por Russel. A equação, que carrega os nomes de seus descobridores (KdV) é dada por

$$\partial_t u + \partial_x^3 u + 6u\partial_x u = 0 \quad (x, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}. \quad (1)$$

Após encontrar a equação desejada, veio a descoberta de que as ondas com o comportamento observado podiam interagir fortemente com outras ondas e continuar depois disso quase como se não houvesse interação alguma. Devido a essa persistência, receberam o nome de *sólitons*. A equação de KdV é a mais simples que admite *sólitons* como solução e incorpora não linearidade e dispersão, onde este último termo se refere ao fato de que frequências diferentes na equação tenderão a se propagar em velocidades diferentes, dispersando a solução ao longo do tempo. Uma definição mais formal e precisa para dispersão pode ser obtida relacionando as velocidades de fase e de grupo da equação. Outro conceito que geralmente aparece é o de dissipação ou perda de energia, um comportamento que é geralmente comparado com a dispersão visto que uma equação não pode ser ao mesmo tempo dispersiva e dissipativa. No entanto, pode ocorrer também de uma equação não apresentar nenhum dos dois comportamentos, fato este que pode ser exemplificado com as equações do calor, da onda e do transporte.

References

- [1] M. J. Ablowitz. *Nonlinear Dispersive Waves: Asymptotic Analysis and Solitons*. Cambridge University Press, (2011)

*e-mail: jojjs@hotmail.com

- [2] W. Craig, J. Goodman, *Linear dispersive equations of Airy type*, J. Differential Equations 87 (1990) 38–61.
- [3] P. G. Drazin *Solitons*. Cambridge University Press. (1983).
- [4] F. Linares, G. Ponce, *Introduction to Nonlinear Dispersive Equations*, Universitext, Springer, New York, 2009.

APRESENTAÇÃO ORAL: