

# Moderados e formação de consenso no modelo Deffuant

Ruan Vieira

Orientador: Prof. Dr. Dirk Erhard

Co-orientador: Prof. Dr. Tertuliano Franco

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal da Bahia

21 de novembro de 2024



- 1 Introdução
- 2 Moderados e Extremistas na Formação de Consenso
- 3 Conclusão
- 4 Referências

## 1 Introdução

Modelo Deffuant

Resultados

## 2 Moderados e Extremistas na Formação de Consenso

## 3 Conclusão

## 4 Referências

1 **Introdução**  
Modelo Deffuant  
Resultados

2 Moderados e Extremistas na Formação de Consenso

3 Conclusão

4 Referências

## Descrição do modelo

Seja  $G = (V, E)$  um grafo finito ou infinito com grau limitado. O modelo Deffuant com parâmetros  $\theta > 0$  e  $\mu \in (0, \frac{1}{2}]$  é definido da seguinte forma:

## Descrição do modelo

Seja  $G = (V, E)$  um grafo finito ou infinito com grau limitado. O modelo Deffuant com parâmetros  $\theta > 0$  e  $\mu \in (0, \frac{1}{2}]$  é definido da seguinte forma:

- Inicialmente ( $t = 0$ ), a cada vértice é atribuído um valor independente (opinião) e uniformemente distribuído em  $[0, 1]$ ;
- A cada aresta, independentemente do processo anterior, é atribuído um processo de Poisson de taxa unitária;
- O valor no vértice  $v$  no tempo  $t$  é denotado por  $\eta_t(v)$  e muda com base no relógio de Poisson;

## Descrição do modelo

Quando em algum momento  $t$  um relógio de Poisson toca na aresta  $e = \langle u, v \rangle$  t.q.  $\eta_{t-}(u) = a$  ( $\lim_{s \uparrow t} \eta_s(u) = a$ ) e  $\eta_{t-}(v) = b$ , a dinâmica de mudança é dada por:

## Descrição do modelo

Quando em algum momento  $t$  um relógio de Poisson toca na aresta  $e = \langle u, v \rangle$  t.q.  $\eta_{t-}(u) = a$  ( $\lim_{s \uparrow t} \eta_s(u) = a$ ) e  $\eta_{t-}(v) = b$ , a dinâmica de mudança é dada por:

$$\eta_t(u) = \begin{cases} a + \mu(b - a) & \text{se } |a - b| \leq \theta, \\ a & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1)$$

and

$$\eta_t(v) = \begin{cases} b + \mu(a - b) & \text{se } |a - b| \leq \theta, \\ b & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2)$$

# Modelo Deffuant e formação de consenso

Este modelo pode ser visto como uma formação de consenso de forma que:

- $v \rightarrow$  um indivíduo;
- $\eta_t(v) \rightarrow$  sua opinião no tempo  $t$ ;
- $\theta \rightarrow$  disposição para ouvir;
- $\mu \rightarrow$  disposição para mudar.

## Simulação

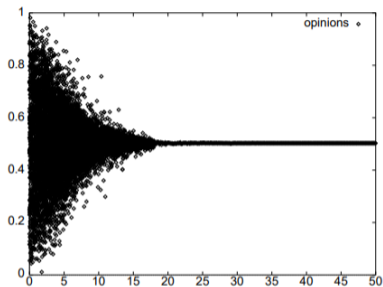


Figure 1: Gráfico de opiniões ( $\theta = 0,5, \mu = 0,5, N = 2000$ ). Uma unidade de tempo corresponde à amostragem de 1000 pares de agentes.

**Fonte:** Deffuant, 2001.

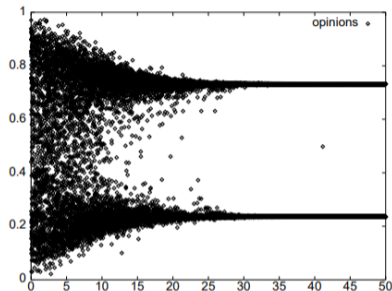


Figure 2: Gráfico de opiniões ( $\theta = 0,2, \mu = 0,5, N = 1000$ ). Uma unidade de tempo corresponde à amostragem de 1000 pares de agentes.

**Fonte:** Deffuant, 2001.



## Resultado principal

O modelo Deffuant em  $\mathbb{Z}$  com opiniões iniciais aleatórias independente e identicamente distribuídas uniformemente em  $[0, 1]$  atinge **consenso (compatibilidade)** se todos os pares de vizinhos forem compatíveis, ou seja:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{P}(|\eta_t(x) - \eta_t(x+1)| \leq \theta) = 1 \text{ for all } x \in \mathbb{Z}. \quad (3)$$

## Resultado principal

O modelo Deffuant em  $\mathbb{Z}$  com opiniões iniciais aleatórias independente e identicamente distribuídas uniformemente em  $[0, 1]$  atinge **consenso (compatibilidade)** se todos os pares de vizinhos forem compatíveis, ou seja:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{P}(|\eta_t(x) - \eta_t(x+1)| \leq \theta) = 1 \text{ for all } x \in \mathbb{Z}. \quad (3)$$

### Theorem (Lanchier, 2012)

*Considere o modelo Deffuant no grafo  $(\mathbb{Z}, E)$  onde  $E = \{ \langle v, v+1 \rangle : v \in \mathbb{Z} \}$  com configuração inicial i.i.d unif( $[0, 1]$ ) e  $\mu \in (0, \frac{1}{2}]$  fixo. Então, independentemente do valor de  $\mu \in (0, 1/2]$ ,  $\theta_c = 1/2$ , onde  $\theta_c := \inf\{\theta \in [0, 1] : \text{consenso (3) vale}\}$ .*

- 1 Introdução
- 2 Moderados e Extremistas na Formação de Consenso**
- 3 Conclusão
- 4 Referências

# Artigo original

- "Opinion dynamics and consensus formation in the Deffuant model with extremists and moderates in the population", escrito por L. Marconi e F. Cecconi em 2020;
- Alteraram a distribuição inicial do Modelo Deffuant para incorporar na população extremistas e moderados.
- Realizaram simulações em diferentes cenários para analisar o papel dos moderados na formação de consenso.

# Estrutura teórica

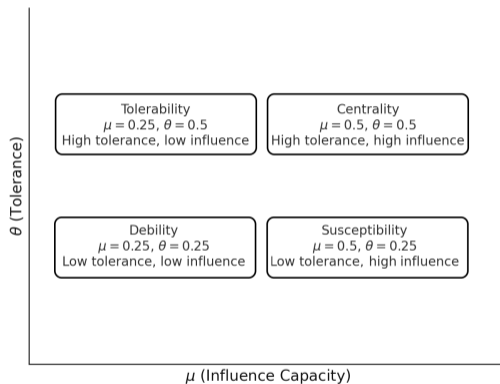


Figure 3: Configurações do modelo Deffuant no plano cartesiano.

## Configuração experimental

- Simulações realizadas em Python;
- Rede social: malha quadrada  $30 \times 30$  ( $\mathbb{Z}^2$ );
- Para cada configuração realizamos 10.000 iterações e 50 execuções.
- Dados coletados: Desvio padrão das opiniões; Média das opiniões; Número de agentes com opiniões 0 e 1 na população; Proporção de agentes com opiniões menores que 0,25 e maiores que 0,75 na população; Distância máxima entre as opiniões dos agentes.

Resumo da estrutura ( $\mathbb{Z}^2$ )

Table 1: Número de moderados e passos para cada configuração do modelo Deffuant no torus.

Número mínimo de moderados	Número máximo de moderados	Passos	Parâmetros
0	600	1	$\theta = 0.5$ $\mu = 0.5$
0	600	1	$\theta = 0.25$ $\mu = 0.25$
0	600	1	$\theta = 0.5$ $\mu = 0.25$
0	600	1	$\theta = 0.25$ $\mu = 0.5$

# Resultados ( $Z^2$ )

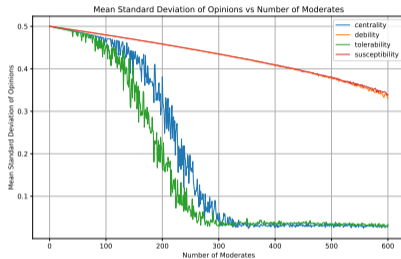


Figure 4: Média do desvio padrão das opiniões no modelo Deffuant na malha quadrada com 900 agentes

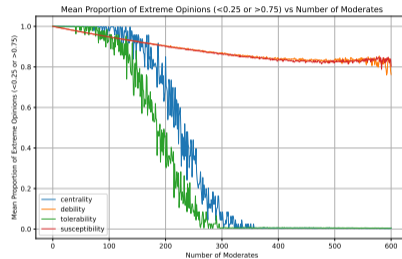


Figure 5: Proporção média de agentes com opiniões maiores que 0,75 ou menores que 0,25 na população, no modelo Deffuant na malha quadrada com 900 agentes.

# Resultados ( $Z^2$ )

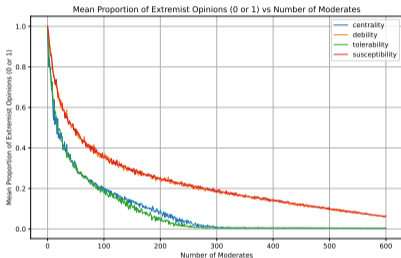


Figure 6: Proporção média de agentes com opiniões 0 ou 1 na população, no modelo Deffuant na malha quadrada com 900 agentes.

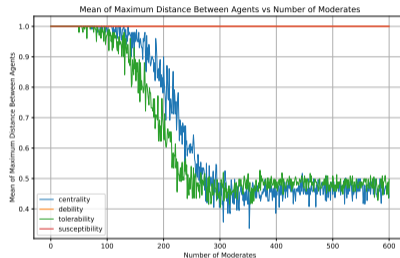


Figure 7: Média da distância máxima entre as opiniões dos agentes no modelo Deffuant na malha quadrada com 900 agentes.

- 1 Introdução
- 2 Moderados e Extremistas na Formação de Consenso
- 3 Conclusão**
- 4 Referências

## Resumo dos resultados

Table 2: Número crítico de moderados para diferentes configurações do modelo Deffuant.

Rede social	Opinião	Número de moderadores na criticidade   compatibilidade	Número total de agentes	Parâmetros
Grafo completo	Unidimensional	200   250	500	$\theta = 1/2$ $\mu = 0.5$
$Z$	Unidimensional	300   480	500	$\theta = 1/2$ $\mu = 0.5$
$Z^2$ (torus)	Unidimensional	200   300	900	$\theta = 1/2$ $\mu = 0.5$
Grafo completo	Bidimensional	1   50	500	$\tau = d/2$ $\mu = 0.5$

- 1 Introdução
- 2 Moderados e Extremistas na Formação de Consenso
- 3 Conclusão
- 4 Referências**

- [1] T. M. Liggett, *Interacting Particle Systems*, vol. 276 of *Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*. New York: Springer-Verlag, 1985.
- [2] G. Deffuant, D. Neau, F. Amblard, and G. Weisbuch, “Mixing beliefs among interacting agents,” *Advances in Complex Systems*, vol. 03, no. 01n04, pp. 87–98, 2000.
- [3] N. Lanchier, “The critical value of the deffuant model equals one half,” *ALEA. Latin American Journal of Probability and Mathematical Statistics [electronic only]*, vol. 9, 01 2012.
- [4] O. Häggström, “A pairwise averaging procedure with application to consensus formation in the deffuant model,” *Acta Applicandae Mathematicae*, vol. 119, 06 2012.
- [5] O. Häggström and T. Hirscher, “Further results on consensus formation in the deffuant model,” *Electronic Journal of Probability*, vol. 19, 11 2013.
- [6] L. Marconi and F. Cecconi, “Opinion dynamics and consensus formation in a deffuant model with extremists and moderates,” 2020.
- [7] N. Lanchier and H. Li, “Probability of consensus in the multivariate deffuant model on finite connected graphs,” *Electronic Communications in Probability*, vol. 25, pp. 1–12, 2020.

# OBRIGADO!