IX Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA
18 a 22 de novembro de 2024

# Ponte suspensa na teoria de Von Kármán

Roseane da Silva Martins *
*Universidade Federal da Bahia - UFBA*

**Resumo**

Este trabalho apresenta uma ponte suspensa onde o deck é modelado pela teoria de Von Kármán. A ação do amortecimento friccional é considerada. A boa posição é comprovada usando a teoria de semigrupos não lineares.

Em 1988, J. E. Lagnese e J. L. Lions, ver [4, 5], propuseram o sistema de feixe Von Kármán do tipo

$$\begin{cases} \rho A\omega_{tt} - EA\left[\left(u_x + \dfrac{1}{2}\omega_x^2\right)\omega_x\right]_x + EI\omega_{xxxx} = 0 \quad \text{in} \quad (0,\, L)\times(0,\, T), \\ \rho A u_{tt} - EA\left[u_x + \dfrac{1}{2}\omega_x^2\right]_x = 0 \quad \text{in} \quad (0,\, L)\times(0,\, T). \end{cases} \tag{1}$$

onde $\omega(x,\, t)$ é o deslocamento transversal, $u(x,\, t)$ o deslocamento longitudinal, $(0,\, L)$ é o segmento ocupado pela viga, e $T$ é um determinado tempo positivo. Os parâmetros físicos representam as propriedades do material sendo $E$ o módulo de Young, $A$ a área da seção transversal da viga, $L$ o comprimento da viga, $\rho A$ o peso por unidade de comprimento e $EI$ a rigidez da viga ou rigidez à flexão.

Neste trabalho, consideramos o cabo principal modelado por uma corda elástica $v = v(x,t)$

$$v_{tt} - \alpha v_{xx} = 0, \tag{2}$$

onde a constante $\alpha > 0$ é o módulo de elasticidade da corda (que prende o cabo principal ao deck). Os cabos suspensórios são considerados molas elásticas lineares com rigidez padrão $\lambda > 0$, que são acopladas ao tabuleiro por meio de cabos de suspensão, onde $x$ denota a distância ao longo da linha central da viga em sua configuração de equilíbrio e $t$ a variável de tempo.

O acoplamento de (1) e (2) leva a um modelo de ponte suspensa na teoria de Von Kármán com amortecimentos internos dados por

$$\begin{cases} v_{tt} - \alpha v_{xx} - \lambda(\omega - v) + \mu_1 v_t = 0, \text{ in } (0,\, L)\times(0,\, T) \\ \omega_{tt} - b_1\left[\left(u_x + \dfrac{1}{2}\omega_x^2\right)\omega_x\right]_x + b_2\omega_{xxxx} + \lambda(\omega - v) + \mu_2\omega_t = 0 \text{ in } (0,\, L)\times(0,\, T), \\ u_{tt} - b_1\left[u_x + \dfrac{1}{2}\omega_x^2\right]_x + \mu_3 u_t = 0 \text{ in } (0,\, L)\times(0,\, T), \end{cases} \tag{3}$$

*e-mail: `roseane.smartins@hotmail.com`

onde $\alpha, \lambda, b_1, b_2, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ são parâmetros positivos e reais. Consideramos os dados iniciais e as condições de contorno, respectivamente

$$\begin{cases} \omega(x,0) = \omega_0(x), \ \omega_t(x,0) = \omega_1(x), \\ u(x,0) = u_0(x), \ u_t(x,0) = u_1(x), \\ v(x,0) = v_0(x), \ v_t(x,0) = v_1(x), \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} u(0,t) = u(L,t) = 0, \\ \omega(0,t) = \omega(L,t) = 0, \\ \omega_x(0,t) = \omega_x(L,t) = 0, \\ v_x(0,t) = v_x(L,t) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Adaptamos a ideia como em [3], o modelo (3)-(5) é colocado como um problema não linear de Cauchy

$$\begin{cases} BU_t = \mathcal{A}U + \mathcal{F}(U), \\ U(0) = U_0, \quad , \forall\, t > 0, \end{cases} \tag{6}$$

mostraremos que $B^{-1}\mathcal{A}$ gera um semigrupo $C_0$ de contrações e $B^{-1}\mathcal{F}$ é localmente Lipschitz, então segue a teoria do semigrupo para não-operadores lineares, (ver Pazy [1], teorema 6.1.4) que existe uma solução suave única dada por

$$U(t) = e^{\mathcal{A}t}U_0 + \int_0^t e^{\mathcal{A}(t-s)}\mathcal{F}(U(s))ds,$$

mostraremos que a existência de soluções fracas pode ser obtida através de um processo de regularização e depois indo ao limite e então a boa postura é fornecida. Além disso, para dados iniciais retirados do domínio gerador, a teoria de semigrupos não lineares também implica que as soluções correspondentes são contínuas no tempo com os valores em $\overline{\mathcal{D}(B^{-1}\mathcal{A})}$ (veja [2]). Assim, soluções fortes satisfazem $U \in C([0,T];\mathcal{H})$.

# Referências


[1] A. Pazy, Semigroups of Linear Operators and Applications to PDE's, Applied Mathematical Sciences 44, Springer, New York, 1986.

[2] Chueshov, I., Lasiecka, I.: Attractors and long time behavior of von Kármán thermoelastic plates. Appl Math Optim. 58, 195–241 (2008)

[3] F. D. Araruna, P. Braz e Silvay, E. Zuazuaz. Addendum to "Asymptotic limits and stabilization for the 1D nonlinear Mindlin-Timoshenko system". J. Syst. Sci. Complex., 2010, 23: 414–430.

[4] J. E. Lagnese, Modelling and stabilization of nonlinear plates, in: Estimation and Control of Distributed Parameter Systems. International Series of Numerical Mathematics, 100, Birkhäuser, Boston (1991), 247-264.

[5] J. E. Lagnese and J. L. Lions, Modelling Analysis and Control of Thin Plates, Recherches en Mathématiques Appliquées 6, Masson, Paris, 1988.


**Tipo de Apresentação**: COMUNICAÇÃO ORAL.