IX Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA
18 a 22 de novembro de 2024

Ponte suspensa com amortecimento interno do tipo derivada fracionária

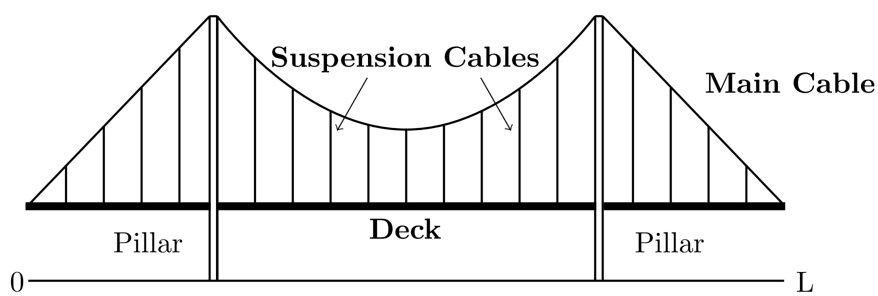
Rafael Oliveira de Jesus *
Universidade Federal da Bahia

Resumo

Neste seminário, apresentaremos a boa colocação e o comportamento assintótico de um sistema de ponte suspensa com deck modelado pela teoria da viga de Timoshenko-Ehrenfest, sob a ação de dissipações internas do tipo derivada fracionária. A existência e a unicidade de solução são obtidas por meio do Teorema de Lumer-Phillips, a partir de um operador que gera um semigrupo associado ao sistema estudado. Por fim, apresentaremos as propriedades espectrais desse operador, que são necessárias para aplicar o teorema de Borichev-Tomilov e obter uma taxa polinomial de decaimento para as soluções.

1 Introduction

Uma ponte suspensa é uma estrutura mecânica que transporta cargas verticais por meio dos cabos principais modelados por uma corda elástica $u = u(x,t)$, que é acoplada ao deck por meio de cabos de suspensão



Arioli e Gazzola [1], em 2015, sugeriram um novo modelo para a dinâmica de uma ponte suspensa por meio de um sistema de equações diferenciais hiperbólicas não lineares e não locais, em que as equações são de segunda e quarta ordem e descrevem o

*e-mail: rafael.oliveira@upe.br

comportamento dos principais componentes da ponte. Em 2020, Bochicchio et al. [2] estudaram um problema linear das vibrações de uma ponte suspensa acoplada como uma viga termoelástica dada pela lei de Fourier, em que o deck é modelado pela teoria de Timoshenko-Ehrenfest. Raposo e Leandro [3], em 2023, provaram a existência e a unicidade de solução para um sistema de ponte suspensa modelada pela teoria de Timoshenko-Ehrenfest com amortecimento interno, obtendo, além do decaimento exponencial, a analiticidade da solução.

Neste seminário, consideramos o seguinte modelo de ponte suspensa com amortecimento interno de ordem fracionária:

$$u_{tt} - au_{xx} - \tau(\phi - u) + c_1\partial_t^{\alpha,\eta}u = 0, \tag{1}$$

$$\rho_1\phi_{tt} - k(\phi_x + \psi)_x + \tau(\phi - u) + c_2\partial_t^{\beta,\zeta}\phi = 0, \tag{2}$$

$$\rho_2\psi_{tt} - b\psi_{xx} + k(\phi_x + \psi) + c_3\partial_t^{\theta,\xi}\psi = 0. \tag{3}$$

O sistema (1)-(3) está sujeito às condições de contorno de Dirichlet and to initial data: $u(x,0) = u_0(x)$, $u_t(x,0) = u_1(x)$, $\phi(x,0) = \phi_0(x)$, $\phi_t(x,0) = \phi_1(x)$, $\psi(x,0) = \psi_0(x)$, $\psi_t(x,0) = \psi_1(x)$, $x \in (0,L)$. Os amortecedores usados são do tipo operadores integro-diferenciais fracionários com peso exponencial, ou seja

$$\partial_t^{\omega,\xi}f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\omega)}\int_0^t (t-s)^{-\omega}e^{-\xi(t-s)}f'(s)\,ds,\ (0 < \omega < 1, \xi \geq 0 \text{ e} f \in W^1([0,L)).$$

A fim de utilizar a Teoria de Semigrupos, Escrevemos as equações como um sistema aumentado e transformamos o problema $(1)-(3)$ no seguinte problema de Cauchy:

$$U_t = \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \\ \phi_t \\ w_t \\ \psi_t \\ z_t \\ (\varphi_1)_t \\ (\varphi_2)_t \\ (\varphi_3)_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ au_{xx} + \tau(\phi - u) - \gamma_1 \displaystyle\int_{\mathbb{R}} p(y)\varphi_1(y)dy \\ w \\ \dfrac{1}{\rho_1}\Big[k(\phi_x + \psi)_x - \tau(\phi - u) - \gamma_2 \displaystyle\int_{\mathbb{R}} q(y)\varphi_2(y)dy\Big] \\ z \\ \dfrac{1}{\rho_2}\Big[b\psi_{xx} - k(\phi_x + \psi) - \gamma_3 \displaystyle\int_{\mathbb{R}} r(y)\varphi_3(y)dy\Big] \\ -(|y|^2 + \eta)\varphi_1(y) + p(y)v \\ -(|y|^2 + \zeta)\varphi_2(y) + q(y)w \\ -(|y|^2 + \xi)\varphi_3(y) + r(y)z \end{pmatrix} = \mathcal{A}U,$$

$U_0 = (u_0, u_1, \phi_0, \phi_1, \psi_0, \psi_1, 0, 0, 0)^T$.

Referências

[1] Arioli, G.; Gazzola, F. On a nonlinear nonlocal hyperbolic system modeling suspension bridges. **Milan J. Math.**, 2015. **83** 211–236.

[2] Bochicchio, I.; Campo, M.; Fernández, J.R.; Naso M.G. Analysis of a thermoelastic Timoshenko beam model. **Acta. Mech.**, 2020 **231** 4111–4127

[3] Raposo, C.; Correia, L.; Ribeiro, J.; Cunha, A. Suspension bridge with internal damping. **Acta. Math.**, 2023. https://doi.org/10.1007/s00707-023-03744-7.

Tipo de Apresentação: Comunicação Oral.