

## Ponte Suspensa com Amortecimento do Tipo Kelvin-Voigt

LEANDRO CORREIA ARAÚJO \*

Aluno do Programa de Doutorado em Matemática - UFBA

Professor do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas - UESB

### Resumo

Estudaremos a existência de solução e analiticidade para o problema de valor inicial de uma ponte suspensa com amortecimento interno do tipo

$$u_{tt} - \alpha u_{xx} - \lambda(\varphi - u) + \gamma_1 u_{txx} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_1 \varphi_{tt} - k(\varphi_x + \psi)_x + \lambda(\varphi - u) + \gamma_2 \varphi_{txx} = 0, \quad (2)$$

$$\rho_2 \psi_{tt} - b\psi_{xx} + k(\varphi_x + \psi) + \gamma_3 \psi_{txx} = 0. \quad (3)$$

As equações acima consideram que o deque tem largura e espessura de dimensões desprezíveis quando comparadas ao comprimento (vão da ponte), sendo modelada pela teoria unidimensional de Timoshenko's como uma viga de comprimento  $L$ , veja [4]. Como em [2], vamos denotar por  $\varphi = \varphi(x, t)$  o deslocamento da seção transversal no ponto  $x \in (0, L)$ , por  $\psi = \psi(x, t)$  o ângulo de rotação da seção transversal e os cabos suspensos serão considerados molas elásticas lineares com rigidez padrão  $\lambda > 0$ . A constante  $\alpha > 0$  é o módulo de elasticidade da corda (segurando o cabo principal ao deque). Os coeficientes positivos  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são as densidades de massa e momento de massa inercia da viga, respectivamente. Mains ainda,  $b$  representa o coeficiente de rigidez da seção transversal, e  $k$  representa o módulo de cisalhamento da elasticidade. Finalmente, a constante  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 > 0$  são os coeficientes da força de amortecimento.

O sistema (1)-(3) está sujeito às condições iniciais

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x), & u_t(x, 0) = u_1(x), & x \in (0, L), \\ \varphi(x, 0) = \varphi_0(x), & \varphi_t(x, 0) = \varphi_1(x), & x \in (0, L), \\ \psi(x, 0) = \psi_0(x), & \psi_t(x, 0) = \psi_1(x), & x \in (0, L), \end{cases} \quad (4)$$

E condições de contorno de Dirichlet

$$\begin{cases} u(0, t) = u(L, t) = 0, & t \geq 0, \\ \varphi(0, t) = \varphi(L, t) = 0, & t \geq 0, \\ \psi(0, t) = \psi(L, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases} \quad (5)$$

---

\*e-mail: leandro.araujo@uesb.edu.br

Introduzimos o espaço de Hilbert

$$\mathcal{H} = H_0^1(0, L) \times L^2(0, L) \times H_0^1(0, L) \times L^2(0, L) \times H_0^1(0, L) \times L^2(0, L)$$

munido do produto interno,

$$\begin{aligned} \langle U, \tilde{U} \rangle_{\mathcal{H}} = & \int_0^L v \bar{p} dx + \alpha \int_0^L u_x \bar{o}_x dx + \rho_1 \int_0^L w \bar{r} dx + \rho_2 \int_0^L z \bar{t} dx + b \int_0^L \psi_x \bar{s}_x \\ & + \lambda \int_0^L (\varphi - u)(\bar{q} - \bar{o}) dx + k \int_0^L (\varphi_x + \psi)(\bar{q}_x + \bar{s}) dx, \end{aligned}$$

onde  $U = (u, v, \varphi, w, \psi, z)^T$  e  $\tilde{U} = (o, p, q, r, s, t)^T$ , com  $u_t = v$ ,  $\varphi_t = w$  e  $\psi_t = z$ . Com esta notação obtemos o seguinte problema de Cauchy de primeira ordem

$$\begin{cases} U_t - \mathcal{A}U = 0, \\ U(0) = U_0, \end{cases} \quad (6)$$

onde  $\mathcal{A} : D(\mathcal{A}) \subset \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ , com  $D(\mathcal{A}) = \{H_0^1(0, L) \cap H^2(0, L) \times H_0^1(0, L)\}^3$  é definido por (6).

Para a existência de soluções, utilizaremos o Teorema de Lummer-Phillips (veja [3]) e a teoria de semigrupos. Para o decaimento exponencial, utilizamos o Teorema de Gearhart-Huang-Prüss, Teorema 1.3.2, p. 4 of [1].

## Referências

- [1] LIU, Z., ZHENG, S. - *Semigroups Associated with Dissipative Systems*, Springer, New York, (2011).
- [2] MUKIAWA, S.E., ENYI, C.D., MESSAOUDI, S.A.- *Stability of thermoelastic Timoshenko beam with suspenders and time-varying feedback*, Adv. Cont. Discr. Mod. **7**, (2023) 1–19. <https://doi.org/10.1186/s13662-023-03752-w>
- [3] PAZY, A. - *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer-Verlag New York, (1983).
- [4] TIMOSHENKO, S.P. - *On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars*. Philosophical Magazine, **41**:744–746,(1921).

**Tipo de Apresentação:** Comunicação Oral