

## Jogos com ultrafiltros e a extensão de Katětov

ENATHIELLE THIALA SOUZA DE ANDRADE \*  
UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

### Resumo

Gruenhage em 1976[3] definiu o conceito de W-ponto e w-ponto a partir de um jogo infinito entre dois jogadores, jogado da seguinte forma: Fixado um ponto  $x$  de um espaço topológico  $X$ , o Jogador  $UM$  escolhe um aberto  $U_0$  tal que  $x \in U_0$ , o Jogador  $DOIS$  responde com um ponto  $x_0 \in U_0$ ; o Jogador  $UM$  então escolhe um aberto  $U_1$  contendo o ponto  $x$ , e o Jogador  $DOIS$  escolhe algum ponto  $x_1 \in U_1$ , e assim por diante; o Jogador  $UM$  vence o jogo se a sequência de pontos selecionados pelo Jogador  $DOIS$  convergir para  $x$ . O ponto  $x$  é um W-ponto se o Jogador  $UM$  possuir uma estratégia vencedora neste jogo, e é chamado de w-ponto se o Jogador  $DOIS$  não possuir uma estratégia vencedora. Pensando em um ambiente apenas conjuntista e tendo em mente possíveis similaridades e generalizações com a noção de filtro de vizinhanças, surgiu-nos a noção de W-filtro que é definida através de um jogo infinito entre dois jogadores, jogado da seguinte forma: Fixado um filtro qualquer  $\mathcal{F}$  de um conjunto  $X$ , o Jogador  $UM$  escolhe um subconjunto  $F_0 \in \mathcal{F}$ , o Jogador  $DOIS$  responde com um ponto  $x_0 \in F_0$ ; o Jogador  $UM$  então escolhe um subconjunto  $F_1 \in \mathcal{F}$ , e o Jogador  $DOIS$  escolhe algum ponto  $x_1 \in F_1$ , e assim por diante; o Jogador  $UM$  vence o jogo se  $\mathcal{F} \subseteq \{A \subseteq X : \exists m[\{x_n : n \geq m\} \subseteq A]\}$ . O filtro  $\mathcal{F}$  é um W-filtro se o Jogador  $UM$  possuir uma estratégia vencedora neste jogo, e é chamado de w-filtro se o Jogador  $DOIS$  não possuir uma estratégia vencedora[1]. Trabalhando com ultrafiltros notamos uma relação entre noções conjuntísticas e as topológicas; por exemplo, veremos na apresentação que um ultrafiltro  $\mathcal{F}$  é um W-filtro de um conjunto  $X$  se, e somente se,  $\mathcal{F}$  é um W-ponto na extensão de Katětov[2] do espaço topológico  $X$  munido com a topologia discreta. Como trabalho futuro nesta linha, mais tipos de pontos consonantais como em [4] serão explorados.

### Referências

- [1] ANDRADE, E.; LARA, D.; MEZABARBA, R.; DA SILVA, S. **Filter games and topology**. Em preparação.
- [2] ENGELKING, R. **General Topology**. rev. compl. ed. Berlin: Heldermann, 1989.

---

\*e-mail: Enathielle@hotmail.com

- [3] GRUENHAGE, G. **Infinite games and generalizations of first-countable spaces**. General Topology and Appl. 6, 3 (1976), 339–352.
- [4] LARA,D.; MEZABARBA, R.; **Selective game versions of some consonant points**. Preprint, 2021.

**Tipo de Apresentação:** COMUNICAÇÃO ORAL