

Jogos com ultrafiltros e a extensão de Katětov

ENATHIELLE THIALA SOUZA DE ANDRADE*
UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

Resumo

Gruenhage em 1976[3] definiu o conceito de W-ponto e w-ponto a partir de um jogo infinito entre dois jogadores, jogado da seguinte forma: Fixado um ponto x de um espaço topológico X , o Jogador UM escolhe um aberto U_0 tal que $x \in U_0$, o Jogador $DOIS$ responde com um ponto $x_0 \in U_0$; o Jogador UM então escolhe um aberto U_1 contendo o ponto x , e o Jogador $DOIS$ escolhe algum ponto $x_1 \in U_1$, e assim por diante; o Jogador UM vence o jogo se a sequência de pontos selecionados pelo Jogador $DOIS$ convergir para x . O ponto x é um W-ponto se o Jogador UM possuir uma estratégia vencedora neste jogo, e é chamado de w-ponto se o Jogador $DOIS$ não possuir uma estratégia vencedora. Pensando em um ambiente apenas conjuntista e tendo em mente possíveis similaridades e generalizações com a noção de filtro de vizinhanças, surgiu-nos a noção de W-filtro que é definida através de um jogo infinito entre dois jogadores, jogado da seguinte forma: Fixado um filtro qualquer \mathcal{F} de um conjunto X , o Jogador UM escolhe um subconjunto $F_0 \in \mathcal{F}$, o Jogador $DOIS$ responde com um ponto $x_0 \in F_0$; o Jogador UM então escolhe um subconjunto $F_1 \in \mathcal{F}$, e o Jogador $DOIS$ escolhe algum ponto $x_1 \in F_1$, e assim por diante; o Jogador UM vence o jogo se $\mathcal{F} \subseteq \{A \subseteq X : \exists m[\{x_n : n \geq m\} \subseteq A]\}$. O filtro \mathcal{F} é um W-filtro se o Jogador UM possuir uma estratégia vencedora neste jogo, e é chamado de w-filtro se o Jogador $DOIS$ não possuir uma estratégia vencedora[1]. Trabalhando com ultrafiltros notamos uma relação entre noções conjuntísticas e as topológicas; por exemplo, veremos na apresentação que um ultrafiltro \mathcal{F} é um W-filtro de um conjunto X se, e somente se, \mathcal{F} é um W-ponto na extensão de Katětov[2] do espaço topológico X munido com a topologia discreta. Como trabalho futuro nesta linha, mais tipos de pontos consonantais como em [4] serão explorados.

Referências

- [1] ANDRADE, E.; LARA, D.; MEZABARBA, R.; DA SILVA, S. **Filter games and topology**. Em preparação.
- [2] ENGELKING, R. **General Topology**. rev. compl. ed. Berlin: Heldermann, 1989.

*e-mail: Enathielle@hotmail.com

- [3] GRUENHAGE, G. **Infinite games and generalizations of first-countable spaces**. *General Topology and Appl.* 6, 3 (1976), 339–352.
- [4] LARA,D.; MEZABARBA, R.; **Selective game versions of some consonant points**. Preprint, 2021.

Tipo de Apresentação: COMUNICAÇÃO ORAL