VIII Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA
20 a 24 de novembro de 2023

# Ponte Suspensa com Amortecimento Interno

Leandro Correia Araújo *
Aluno do Programa de Doutorado em Matemática - UFBA
Professor do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas - UESB

**Resumo**

Estudaremos a existência de solução e analiticidade para o problema de valor inicial de uma ponte suspensa com amortecimento interno do tipo

$$u_{tt} - \alpha u_{xx} - \lambda(\varphi - u) + \gamma_1 u_t = 0, \tag{1}$$
$$\rho_1 \varphi_{tt} - k(\varphi_x + \psi)_x + \lambda(\varphi - u) + \gamma_2 \varphi_t = 0, \tag{2}$$
$$\rho_2 \psi_{tt} - b\psi_{xx} + k(\varphi_x + \psi) + \gamma_3 \psi_t = 0. \tag{3}$$

As equações acima consideram que o deque tem largura e espessura de dimensões desprezíveis quando comparadas ao comprimento (vão da ponte), sendo modelada pela teoria unidimensional de Timoshenko's como uma viga de comprimento $L$, veja [**?**]. Como em [**?**], vamos denotar por $\varphi = \varphi(x,t)$ o deslocamento da seção transversal no ponto $x \in (0,L)$, por $\psi = \psi(x,t)$ o ângulo de rotação da seção transversal e os cabos suspensos serão considerados molas elásticas lineares com rigidez padrão $\lambda > 0$. A constante $\alpha > 0$ é o módulo de elasticidade da corda (segurando o cabo principal ao deque). Os coeficientes positivos $\rho_1$ e $\rho_2$ são as densidades de massa e momento de massa inercia da viga, respectivamente. Mains ainda, $b$ representa o coeficiente de rigidez da seção transversal, e $k$ representa o módulo de cisalhamento da elasticidade. Finalmente, a constante $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 > 0$ são os coeficientes da força de amortecimento.

O sistema (**??**)-(**??**) está sujeito às condições iniciais

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x), \;\; u_t(x,0) = u_1(x), \; x \in (0,L), \\ \varphi(x,0) = \varphi_0(x), \;\; \varphi_t(x,0) = \varphi_1(x), \; x \in (0,L), \\ \psi(x,0) = \psi_0(x), \;\; \psi_t(x,0) = \psi_1(x), \; x \in (0,L), \end{cases} \tag{4}$$

E condições de contorno de Dirichlet

$$\begin{cases} u(0,t) = u(L,t) = 0, \; t \geq 0, \\ \varphi(0,t) = \varphi(L,t) = 0, \; t \geq 0, \\ \psi(0,t) = \psi(L,t) = 0, \; t \geq 0. \end{cases} \tag{5}$$

*e-mail: `leandro.araujo@uesb.edu.br`

Introduzimos o espaço de Hilbert

$$\mathcal{H} = H_0^1(0,L) \times L^2(0,L) \times H_0^1(0,L) \times L^2(0,L) \times H_0^1(0,L) \times L^2(0,L)$$

munido do produto interno,

$$\begin{aligned}\langle U, \tilde{U}\rangle_{\mathcal{H}} = &\int_0^L v\overline{p}dx + \alpha \int_0^L u_x\overline{o}_x dx + \rho_1 \int_0^L w\overline{r}dx + \rho_2 \int_0^L z\overline{t}dx + b\int_0^L \psi_x\overline{s}_x \\ &+ \lambda \int_0^L (\varphi - u)(\overline{q} - \overline{o})dx + k\int_0^L (\varphi_x + \psi)(\overline{q}_x + \overline{s})dx,\end{aligned}$$

onde $U = (u, v, \varphi, w, \psi, z)^T$ e $\tilde{U} = (o, p, q, r, s, t)^T$, com $u_t = v, \varphi_t = w$ e $\psi_t = z$. Com esta notação obtemos o seguinte problema de Cauchy de primeira ordem

$$\begin{cases} U_t - \mathcal{A}U = 0, \\ U(0) = U_0, \end{cases} \tag{6}$$

onde $\mathcal{A} : D(\mathcal{A}) \subset \mathcal{H} \to \mathcal{H}$, com $D(\mathcal{A}) = \{H_0^1(0,L) \cap H^2(0,L) \times H_0^1(0,L)\}^3$ é definido por (**??**).

Para a existência de soluções, utilizaremos o Teorema de Lummer-Phillips (veja [**?**]) e a teoria de semigrupos. Para a analiticidade e, consequentemente, o decaimento exponencial, utilizamos o Teorema 1.3.3, p. 5 of [**?**].

# Referências


[1] Liu, Z., Zheng, S. - *Semigroups Associated with Dissipative Systems*, Springer, New York, (2011).

[2] Mukiawa, S.E., Enyi, C.D., Messaoudi, S.A.- *Stability of thermoelastic Timoshenko beam with suspenders and time-varying feedback*, Adv. Cont. Discr. Mod. **7**, (2023) 1–19. https://doi.org/10.1186/s13662-023-03752-w

[3] Pazy, A. - *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer-Verlag New York, (1983).

[4] Timoshenko, S.P. - *On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars.* Philosophical Magazine, **41**:744–746,(1921).


**Apresentação oral.**