VIII Encontro da Pós-Graduação em Matemática da UFBA
20 a 24 de novembro de 2023

Estabilidade do sistema Von Kármán com amortecimento interno

Roseane da Silva Martins *
Aluna do programa de Doutorado em Matemática - UFBA

Resumo

Este trabalho trata de um sistema von Kármán com amortecimento interno. Estamos interessados em estudar a existência de solução considerando o amortecimento por atrito, o que é um problema natural, dado por,

$$\begin{cases} w_{tt} - b_1 \left[\left(u_x + \frac{1}{2} w_x^2 \right) w_x \right]_x + b_2 w_{xxxx} + a_1 w_t = 0, \\ u_{tt} - b_1 \left[u_x + \frac{1}{2} w_x^2 \right]_x + a_2 u_t = 0, \end{cases} \tag{1}$$

com condições iniciais

$$\begin{cases} w(x,0) = w_0(x), \ w_t(x,0) = w_1(x), \\ u(x,0) = u_0(x), \ u_t(x,0) = u_1(x), \end{cases}$$

e condições de fronteira tipo Dirichlet-Neumann

$$\begin{cases} u(0,t) = u(L,t) = 0, \\ w(0,t) = w(L,t) = 0, \\ w_x(0,t) = w_x(L,t) = 0. \end{cases}$$

onde $w(x,t)$ é o deslocamento transversal de um ponto genérico, $u(x,t)$ o deslocamento longitudinal, $(0,L)$ é o segmento ocupado pela viga, T é um tempo positivo dado e L o comprimento da viga. Os parâmetros físicos dados por b_1, b_2, a_1, $a_2 > 0$ representam as propriedades do material.

Considerando o espaço de fase $\mathcal{H}$ definido por

$$\mathcal{H} = H_0^2(0,L) \times L^2(0,L) \times H_0^1(0,L) \times L^2(0,L),$$

transformamos o sistema (1) em um problema de evolução de primeira ordem no espaço de fase $\mathcal{H}$ dado por

$$\begin{cases} U_t = \mathcal{A}U + \mathcal{F}(U), \\ U(0) = (w_0, \varphi_0, u_0, \psi_0)^T, \ \ \forall\, t > 0, \end{cases} \tag{2}$$

*e-mail: roseane.martins@ufba.br

Nesta apresentação, iremos resolver o problema (1) considerando o sistema de evolução não linear (2) como uma perturbação $\mathcal{F}(U)$ do semigrupo linear de contração $S(t) = e^{\mathcal{A}t}$ em $\mathcal{H}$. Mostraremos que o termo não linear $\mathcal{F}$ é localmente Lipschitz, então, resultados abstratos (consulte [1, Cap. 6] e também [2, Teorema 7.1]) sobre a geração de semigrupos não lineares concluem a existência de semigrupos não lineares em $\mathcal{H}$. A teoria de semigrupos não lineares também implica que para dados iniciais no domínio do gerador infinitesimal $\mathcal{A}$, as soluções correspondentes são contínuas no tempo com os valores em $\overline{D(\mathcal{A})}$. Além disso, se o domínio $D(\mathcal{A})$ for denso em $\mathcal{H}$, então as soluções fortes possuem a propriedade $U \in C([0,T), \mathcal{H})$.

Por fim, vamos usar o método da energia, o qual consiste em construir um adequado funcional de Lyapunov para o sistema, para mostrar o decaimento exponencial da solução.

Referências

[1] A. Pazy. *Semigroups of Linear Operators and Applications to PDE's.* Springer, New York. (1986).

[2] I., Chueshov, I., Lasiecka: *Attractors and Long Time Behavior of von Kármán Thermoelastic Plates.* Appl Math Optim 58, (2008) 195-241.

[3] I., Chueshov, M., Eller, I.,Lasiecka: *On the attractor for a semilinear wave equation with critical exponent and nonlinear boundary dissipation.* Commun. Partial Differ. Equ. 27, 1901-1951 (2002).

APRESENTAÇÃO ORAL